

加州学前/过渡幼儿园

学习 基础

数学



普及学前教育



适合中心式、家庭式和过渡
幼儿园环境中的
三岁至五岁半儿童

目录

简介	3
数学领域的组织	4
分支和子分支	4
基础陈述	5
年龄阶段	5
范例	5
儿童早期数学学习的多样性	6
教师如何支持儿童的早期数学学习	8
在例行活动、日常互动和游戏中探索	9
利用开放式材料营造富吸引力的环境	9
有意义的调查和与家庭联系的机会	10
尾注	11
数学领域中的学前/过渡幼儿园学习基础	13
数学实践	13
分支：1.0 - 数数和基数	16
子分支 - 数数原则	16
基础 1.1 背诵数字	16
基础 1.2 一对一的对应关系	18
基础 1.3 基数	20
子分支 - 识别数量	23
基础 1.4 目测小数量能力	23
子分支 - 识别数字符号	24
基础 1.5 识别数字符号	24
子分支 - 数目之间的关系	25
基础 1.6 比较数目	25

分支：2.0 - 运算和代数思维	26
子分支 - 数的运算	26
基础 2.1 加减法法则	26
基础 2.2 数字组合与分解	29
基础 2.3 解决加减法问题	32
基础 2.4 分享物件（除法）	34
子分支 - 分类和模式	36
基础 2.5 排序和分类	36
基础 2.6 识别、复制和扩展模式	38
基础 2.7 创建模式	40
分支：3.0 - 测量和数据	43
子分支 - 物件比较和排序	43
基础 3.1 比较物件可衡量的属性	43
基础 3.2 给物件排序	45
基础 3.3 测量长度	47
子分支 - 数据	50
基础 3.4 表示数据	50
基础 3.5 解读数据	52
分支：4.0 - 几何与空间思维	54
子分支 - 形状	54
基础 4.1 识别二维形状	54
基础 4.2 识别三维形状	56
基础 4.3 比较二维形状	57
基础 4.4 组合形状	58
子分支 - 空间思维	61
基础 4.5 空间中的位置和方向	61
基础 4.6 心智旋转	63
术语表	65
参考文献和数据来源	66

简介

儿童天生就有探索数学概念的能力和兴趣。¹ 透过与成年人和周围环境的互动，儿童在早期阶段会探索数量、形状和大小等概念，并在数数、分类、排序、收集数据和空间思维等方面积累经验。早期数学技能是儿童学业成功的最重要因素之一。² 幼儿发展的数学概念和技能为他们小学阶段的数学学习奠定了基础。³



学前和过渡幼儿园学习基础 (PTKLF) 为加州的所有早期教育计划提供指导，包括过渡幼儿园 (TK)、联邦和州立学前教育计划（如加州州立学前计划、启蒙计划）、私立学前教育和家庭托儿所，针对 3 至 5 岁半儿童通常会在参加优质早期教育计划时掌握的各种数学知识和技能提供指导。教师可利用 PTKLF 来指导他们的观察，为儿童设定学习目标，并规划适合儿童发展的、公平的、具包容性实践，包括

如何设计学习环境和打造学习体验，以促进儿童在数学领域的学习和发展。早期教育计划可以利用 PTKLF 来选择和实施与 PTKLF 相一致的课程，指导选择与 PTKLF 相一致的评估，为教育工作者设计和提供专业发展和辅导计划，以支持理解和有效使用 PTKLF，并加强学前至三年级 (P-3) 数学学习目标和实践方面的连续性。

数学领域的组织

分支和子分支

数学 PTKLF 的内容分为多个分支和子分支，分别涉及数学知识和技能发展的关键领域。

- **数数和基数：** 该分支描述了儿童背诵数字、使用**一对一的对应关系**以及理解**基数**概念的能力。它还描述了儿童在不数数的情况下识别少量物件的数量（**目测小数量能力**）、比较数量和识别**数字符号**的能力。
- **运算和代数思维：** 该分支描述了儿童解决简单算术问题的能力，以及对添加、组合、拆分、拿走和分享等概念进行推理的能力。此外，该分支还描述了儿童按突出**属性**对物件进行排序或**分类**的能力。
- **测量和数据：** 该分支描述了幼儿对如何透过各种属性（如长度、重量或容量）对物件进行比较、排序和测量的理解。关于数据的基础课程描述了幼儿收集、代表和解读数据的能力。
- **几何与空间思维：** 该分支描述了儿童透过注意形状的属性（如点或边）来识别、描述和比较**二维和三维形状**的能力。该分支还描述了儿童使用空间词汇识别空间中物件的位置和方向的能力，以及在头脑中旋转、翻转或平移物件来解决问题的能力（如旋转拼图块）。

数学领域的组织结构与加州数学共同核心州立标准“California Common Core State Standards in Mathematics”相一致。⁴ 这种统一的标准使教师能够将儿童在学前阶段所掌握的知识、技能和行为与他们在幼儿园及以后的学习内容联系起来。此外，数学基础课程还包括数学实践，它描述了使儿童能够发展数学知识和技能的各类行为和态度。数学实践与加州共同核心标准中列出的数学实践标准相同，但增加了一些说明，为教师提供背景知识，说明如何将这些实践应用于幼儿。

基础陈述

在数学领域的每个子分支中，均有单独的基础陈述，描述了儿童在高质量的早期教育计划中应展现的能力（知识和技能）。儿童在家庭、学校和社区环境中在不同时间以不同方式发展这些能力。基础陈述旨在帮助教师确定他们可以支持哪些学习机会。

年龄阶段

基于年龄的基础陈述描述了儿童因其在数学方面的经历和独特发展历程通常可能知道和能够做到的事情。这些陈述分为两个重叠的年龄范围，充分认识到每个孩子在早年的发展都是随着不同时间点在不同领域透过快速发展期和技能巩固期来逐步达到的：

- “早期基础” 涵盖三至四岁半儿童通常表现出的知识和技能。
- “后期基础” 涵盖四至五岁半儿童通常表现出的知识和技能。

范例

对于任何特定基础的每个阶段，都有范例说明儿童以多元化方式展示其知识和技能。早期和后期基础阶段的范例表明这些知识和技能随着时间的推移而发展。每项基础的前一个或两个范例在早期和后期年龄阶段保持一致。范例表明了儿童如何在日常例行活动、学习经历以及与成年人和同伴的互动中展示其不断发展的技能或知识。范例还显示了儿童如何在不同背景下，无论室内还是室外，在全天的一系列活动中以多样化的方式展示他们不断发展的技能。

多语言学习者拥有在家庭和社区关系中发展起来的基础语言能力。在早期教育计划中使用他们的家庭语言是一种强有力的工具，可以增强儿童的归属感、建立与现有知识的联系、并促进与家庭和社区更深层次的联系。多语言学习者的家庭语言范例说明

了在早期教育计划中，多语言儿童如何透过在学习和与同伴及成年人的日常互动中使用家庭语言进一步发展这些基础能力。在教师可能无法流利使用儿童家庭语言的情况下，可以采取各种策略来鼓励多语言学习者使用其家庭语言，让他们充分发挥自己的语言能力。为了促进沟通和理解，教师可以与讲孩子家庭语言的工作人员或家庭志愿者合作。教师还可以利用口译员和翻译技术工具与家人沟通，深入了解孩子的知识和能力。所有教师都应与家人沟通，让他们了解双语的好处，以及家庭语言是如何为英语语言发展奠定重要基础的。教师还应鼓励家人倡导孩子继续发展其家庭语言，以此作为整体学习的资产。

一些范例包括，当儿童的基础知识和技能向下一个水平发展时，教师如何为他们提供支持。教师可能会提出开放式问题，透过提出建议或提示为学习提供鹰架式支持，或者对孩子的做法做出评价。这些范例应有助于教师判断孩子的发展水平，考虑如何在他们现有的技能水平上支持他们的发展，并在此基础上向下一个技能水平迈进。此外，虽然这些范例可以为教师提供宝贵的想法，让他们知道如何在儿童建立数学知识或技能的过程中支持儿童的学习和发展，但教师支持儿童在这一领域的学习和发展时可以采用多种不同策略，这些只是其中的一小部分。在本简介的最后，“教师如何支持儿童的早期数学学习”一节讲述了如何支持儿童的数学学习和发展的方法。此外，在整个基础中还嵌入了提示框，显示教学提示和策略，以指导该领域的实践。

儿童早期数学学习的多样性

儿童在进入早期教育计划时，带着基于他们的家庭和社区环境以及与数学相关的家庭价值观的各种数学经验。家庭和社区的传统和日常例行活动为儿童提供了自然发展数学思维的机会。例如，编织地毯是原住民部族和部落社区的一项重要习俗。编织地毯

需要在织布机上用各种颜色的纱线编织复杂的图案，让儿童接触到**模式**、形状和测量等数学概念。⁵ 教师应充分利用儿童家庭和社区生活中的数学机会，透过对儿童有意义的文化活动、传统和日常例行活动，为儿童提供学习体验，让他们能够进行数学思考。

儿童的语言背景会影响他们学习和表达数学概念的方式。各种语言在表达数学概念（包括数字命名系统）的方式上各不相同。例如，在中文或日语等语言的数字系统中，数词直接映射到**十进制**结构上（例如，中文中“11”相当于“十一”）；因此，超过 10 的数字词的含义是显而易见的。英语和西班牙语等语言的数词系统则不那么明显。这些语言中的一些数词并不能清晰地映射到十进制结构（例如，英语中“11”的单词是“eleven”）。这些各种各样的数词系统会影响儿童学习数数的方式。研究表明，中文、日语或阿拉伯语等语言的数字系统更透明，学习这些语言的儿童在学习背诵数字，尤其是 10 后面的数字时可能更容易，至少在开始阶段是这样。⁶

多语言学习者可能会用一种以上的语言学习和交流数学概念。然而，幼儿用各种语言表达数学知识的难易程度取决于幼儿在每种语言中的经验和接受多少数学教学。⁷ 例如，针对多语言儿童数数技能的研究表明，在儿童刚开始学习背诵数字时，他们在各种语言中可能表现出不同的计数水平（例如，一个儿童可能用英语背诵到 10 的数字，但用西班牙语只能背诵到 6）。不过，这项研究也发现，一旦儿童对基数有了一定的理解，他们就能用任何一种语言来表述这一知识。⁸ 这表明，多语言儿童在使用数学语言（如数字词汇）的熟练程度上可能会表现出差异，但他们可以用自己掌握的所有语言来表达新的数学知识。透过与家庭合作，教师可以检查儿童在家庭语言中对数学的理解情况。

发展差异和不同的需求也会影响儿童学习数学概念和技能的速度，并且可能需要教师提供额外的支持。例如，听力障碍会影响儿童学习数数、测量、模式和解决问题的方式。⁹ 研究表明，失聪或重听儿童学习背诵数字的时间往往比同龄儿童要晚，部分原因是他们学习数学语言的经验可能较少，因此学习数数的机会也较少。¹⁰ 如果提供适

当的支持和调整，包括环境调整（如改变座位或尽量减少干扰）、材料调整（如使用科技和适应性设备）和教学调整（如不同的沟通模式和示范），所有儿童都能展示他们的数学知识。对于残疾儿童，教师应参考个别化教育计划 (IEP)，并定期与儿童的 IEP 团队沟通，以协助做出调整。

同样重要的是要考虑到，儿童可能会透过语言、非语言手势、手语和其他沟通方式（如图片交换沟通系统或电子辅助技术沟通设备）等各种方式来表达他们的理解。教师应与由教师、治疗师、职业治疗师和心理学家组成的团队合作，为儿童提供各种方法，让他们充分参与数学任务，并鼓励儿童以各种语言和非语言方式表达自己的想法。

教师如何支持儿童的早期数学学习

幼儿教师帮助幼儿发展数学概念和技能方面起着举足轻重的作用。学龄前儿童受益于定期、有系统、规划好、有具体学习目标的数学活动，这些活动可以是循证课程的一部分，具有一定的范围和顺序。在游戏、日常例行活动和日常互动中，他们有各种各样的机会去解决

“教师”是指在早期教育计划中负责教育和照顾儿童的成年人（例如，主导老师、助理教师、幼儿照顾者），包括加州州立学前计划、过渡幼儿园计划、启蒙计划、其他中心式计划以及家庭托儿所。

问题、探索开放式材料和练习数学语言，从而受益匪浅。研究表明，在家庭和早期教育计划中经历过丰富数学环境的孩子，在小学的数学表现更好。¹¹

在例行活动、日常互动和游戏中探索

数学体现在儿童生活的许多方面。儿童可以透过日常例行活动（如进餐时间、购物、摆放餐具）、与同伴和成年人的互动以及游戏来学习数学概念。游戏为儿童参与数学思考和解决问题（例如，决定如何将四个贝壳平均分给两个同伴）提供了有意义和愉快的机会。在游戏过程中，儿童可以将看似抽象的概念与现实世界的经验联系起来，从而发展更深层次的数学概念的理解（例如，透过游戏，儿童开始理解分享是除法在现实世界中的范例）。¹² 教师可透过邀请幼儿解决他们在游戏中遇到的问题，并提出开放式问题来扩展和加深他们的学习（例如，“你怎么知道你们俩的贝壳数量相同？”）。

例行活动、日常互动和游戏也为教师提供了向幼儿介绍相关的数学语言的机会。在家庭或课堂语言中示范富有数学内容的沟通，有助于儿童理解数学词汇与他们正在探索的概念如何相关联。例如，当孩子们在用积木搭塔时，教师可以示范如何使用“高”、“更高”和“最高”等词汇。此外，鼓励幼儿用多种方式表达他们对数学概念的理解，如使用具体物件、词语、手势、图画和符号等，都会让幼儿从中受益。

利用开放式材料营造富吸引力的环境

拥有多样化、开放式材料的学习环境可让儿童在教师计划的数学活动中探索数学概念和发展重要的数学技能，这些活动是循证数学课程、日常互动和游戏的一部分。大小、形状或颜色等属性各异的开放式材料可让儿童练习分类、创建模式、测量和组合形状。这些材料的开放性还有助于拥有多元化背景、技能水平和兴趣的儿童参与数学学习。在有条件的情况下，还可以利用科技以新的方式来表现数学问题和数学概念，例如让孩子们在计算机上完成拼图或玩形状匹配游戏。因此，为儿童提供各种促进数学探索的物品和材料，对他们的数学学习至关重要。

有意义的调查和与家庭联系的机会

应鼓励幼儿追随自己的兴趣，就日常例行活动和互动中遇到的数学概念提出问题。当数学概念在有意义、相关和个人化的情境中呈现时，幼儿可以更深入地探索数学概念。教师培养儿童兴趣的方法之一是将儿童的家庭语言、文化、种族和族裔背景融入数学学习体验中。例如，教师可以决定在准备文化食物时，介绍一些让幼儿学习数学技能的方法（如在准备文化菜肴时进行测量）。

鉴于家庭在儿童的数学学习中扮演着重要角色，¹³教师可以从家庭中了解数学是如何成为家庭与幼儿日常生活的一部分的，并在幼儿课堂中借鉴这些经验。教师还可以让家庭和社区参与到儿童的数学学习中来，并提供将数学融入日常生活和家庭例行活动的建议（例如，在买菜时数数、在做饭时测量、在洗衣服时分类）。



尾注

- 1 M.R. Dillon, V. Izard, and E. S. Spelke, “Infants’ Sensitivity to Shape Changes in 2D Visual Forms,” *Infancy* 25, no. 5 (September 2020): 618–639; F. Xu and E. S. Spelke, “Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants,” *Cognition* 74 (January 2000): B1–B11.
- 2 G.J. Duncan et al., “School Readiness and Later Achievement,” *Developmental Psychology* 43, no. 6 (November 2007): 1428; A. Claessens and M. Engel, “How Important Is Where You Start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success,” *Teachers College Record* 115, no. 6 (June 2013): 1–29; T. Nguyen et al., “Which Preschool Mathematics Competencies Are Most Predictive of Fifth Grade Achievement?” *Early Childhood Research Quarterly* 36 (3rd quarter 2016): 550–560.
- 3 Nguyen et al., “Which Preschool Mathematics Competencies,” 550–560; N. C. Jordan et al., “Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes,” *Developmental Psychology* 45, no. 3 (June 2009): 850.
- 4 The Mathematics domain also aligns with *Mathematics Framework for California Public Schools: Kindergarten Through Grade Twelve*. Relevant Content Connections (CCs) in Transitional Kindergarten (with Big Ideas in parentheses) include Reasoning with Data (Measure and Order, Look for Patterns), Exploring Quantities (Measure and Order, Count to 10), Taking Wholes Apart, Putting Parts Together (Create Patterns, Look for Patterns, See and Use Shapes), and Discovering Shape and Space (See and Use Shapes, Make and Measure Shapes, Shapes in Space).
- 5 Navajo People, Navajo Rugs, 2023, <https://navajopeople.org/navajo-rugs.htm>.
- 6 O. Cankaya, J. LeFevre, and K. Dunbar, “The Role of Number Naming Systems and Numeracy Experiences in Children’s Rote Counting: Evidence from Turkish and Canadian Children,” *Learning and Individual Differences* 32 (May 2014): 238–245; W. Mark and A. Dowker, “Linguistic Influence on Mathematical Development Is Specific Rather Than Pervasive: Revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English Children,” *Frontiers in Psychology* 6 (February 2015): 203.
- 7 B.W. Sarnecka, J. Negen, and M. C. Goldman, “Early Number Knowledge in Dual-Language Learners from Low-SES Households,” in *Language and Culture in Mathematical Cognition*, eds. D. B. Berch, D. C. Geary, and K. M. Koepke. (San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2018), 197–227.
- 8 K. Wagner et al., “Why Is Number Word Learning Hard? Evidence from Bilingual Learners,” *Cognitive Psychology* 83 (December 2015): 1–21.
- 9 C.M. Pagliaro and K. L. Kritzer, “The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-Aged Deaf/Hard-of-Hearing Children,” *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education* 18, no. 2 (January 2013): 139–160.

- 10 S.Santos and S. Cordes, “Math Abilities in Deaf and Hard of Hearing Children: The Role of Language in Developing Number Concepts,” *Psychological Review* 129, no. 1 (August 2022): 199–211.
- 11 E.C. Melhuish et al., “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64, no.1 (March 2008): 95–114.; S. Lehl, K. Kluczniok, and H. G. Rossbach, “Longer-Term Associations of Preschool Education: The Predictive Role of Preschool Quality for the Development of Mathematical Skills Through Elementary School,” *Early Childhood Research Quarterly* 36 (2nd quarter 2016): 475–488.
- 12 J.M. Zosh et al., *Learning Through Play: A Review of the Evidence* (Billund, Denmark: LEGO Foundation, 2017), 1–40.
- 13 E.C. Melhuish et al., “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64, no.1 (March 2008): 95–114.; C. Galindo, S. Sonnenschein, and A. Montoya-Ávila, “Latina Mothers’ Engagement in Children’s Math Learning in the Early School Years: Conceptions of Math and Socialization Practices,” *Early Childhood Research Quarterly* 47 (2nd quarter 2019): 271–283.

数学领域中的学前/过渡幼儿园学习基础

数学实践

数学实践描述了儿童的哪些行为和素质能使其发展数学知识和技能。这些数学实践与共同核心标准中的数学实践相同，但增加了说明，说明如何将这些实践用于幼儿。

教师可透过提供丰富的学习环境支持儿童发展数学实践中描述的技能 and 素质。这样的环境让儿童在日常活动以及循证数学课程中有意图地规划的学习体验中，应用推理和解决问题的技能进行有意义的数学探索。教师还可以示范使用适当的数学工具（如尺子）、模型（如地图）或策略（如用手指做加法）来说明解决数学问题的各种方法。此外，透过提出开放式的问题，教师可以引导儿童注意模式或规则，鼓励儿童解释他们的推理，并帮助儿童将抽象的数学概念（如“拿走”）与日常情境（如给同伴一些汽车，然后查明还剩多少辆汽车）联系起来。

适用于 3 至 5 ½ 岁儿童（学前班和过渡幼儿园）的数学实践。

1. 理解问题并坚持不懈地解决问题。

运用数学思维解决日常活动和互动中的问题。坚持不懈地尝试各种方法来解决问题。

2. 进行抽象和定量推理。

利用具体事物（如“我有两辆汽车，你有两辆汽车。我们一共有四辆汽车”）对抽象的数学概念（如数量、相等）进行推理。随着时间的推移，以更抽象的方式与数学问题建立联系（例如，二加二等于四）。

3. 建构可行的论证并对他人的推理进行评判。

建构有关解决方法的论证，解释推理，并对他人的解决方法进行批判性思考。

4. 用数学建模。

使用模型（如图画、构造、用自己的身体建模）来说明思考过程和解决数学问题。

5. 有策略地使用适当的工具。

使用各种工具解决数学问题（例如，一根绳子、一把尺子或一个秤来对物件进行测量或排序）。

6. 注意精确性。

更精确地应用数学技能（如数数、比较、加法、减法）。

7. 寻找并利用结构。

认识数学中的结构和规则（例如，所有三角形都有三条边）。

8. 在重复推理中寻找并表达规律性。

注意数学中的模式和规律（例如，整数加一是数字表中的下一个数字）。

儿童透过语言和非语言等多种方式传达他们的数学知识和技能。他们的沟通方式可能包括用自己的家庭语言、教学语言或多种语言的口头沟通，或使用辅助性和替代性沟通设备。也可能包括非语言的沟通方式，如使用不同材料绘画和制作模型，或透过动作、行为或角色扮演来表达。



分支：1.0 - 数数和基数

子分支 - 数数原则

基础 1.1 背诵数字

早期

3 至 4 ½ 岁

按顺序背诵从一到十或更大的数字，只有少数几处错误。

后期

4 至 5 ½ 岁

按顺序背诵从一到三十的数字，只有少数几处错误。从一以外的数字开始向前数。

不同语言的数字命名系统各不相同。某些语言，如中文或日语，其数字系统中的数词直接映射到十进制的计数结构上（例如，中文中“11”相当于“十一”），因此，超过 10 的数词的含义比较明显，最初可能比较容易学习。而在英语和西班牙语等语言中，有些数词并不能清晰地映射到十进制结构（例如，英语中 11 的单词是“eleven”）。鉴于这些数字命名系统的差异，儿童用某些语言学习背诵数字可能比其他语言更容易。

早期范例

■ 在游戏过程中，一个孩子背诵“一、二、三、四、五、七、九、十”。教师说：“我们再试一次，一起数到 10。一……”孩子也加入进来，一起数到 10。

● 当教师问孩子：“5 后面是什么？”，孩子数道：“一、二、三、四、五、六！是 6！”

一名聋哑儿童用美国手语背诵数字 1 到 10。

后期范例

■ 在游戏过程中，一个孩子背诵了 1 到 20，但忘记了说 14。教师说：“哎呀，我想你忘了一个数字。让我们从 10 开始重新数。十、十一……”孩子也加入进来，和教师一起数。

● 当教师问孩子：“11 后面是什么？”，孩子回答：“12”。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 1.1 背诵数字

早期
3 至 4½ 岁

早期范例 (续)

教师告诉一个孩子：“让我们边洗手边数到 10。一……”孩子一边洗手一边和教师一起数到 10。

一个孩子一边用西班牙语唱歌，一边背诵 1 到 12。

后期
4 至 5½ 岁

后期范例 (续)

一个孩子开始尽可能地数数，数到 29 后，他们会说：“二十十”。然后教师进行引导，说：“29 后是 30”。孩子继续数，在教师的帮助下数到下一个十 (40) 就停下来。

在排队等候出门的时候，教师问每个人是否都能数到 20。教师鼓励一名有残疾的儿童使用他们的沟通设备来数数。孩子使用他们的沟通设备背诵数字 1 到 20。

基础 1.2 一对一的对应关系

早期

3 至 4 ½ 岁

用一对一的对应关系数出五个或五个以上的物件（每个数词对应一个物件）。

后期

4 至 5 ½ 岁

用一对一的对应关系数出十个或十个以上的物件（每个数词对应一个物件）。

早期范例

- 在数五个积木时，孩子指着第一个积木说“一”，然后指着下一个积木说“二”。在孩子数五块积木的过程中，教师和孩子一起指着每个物件。
- 在为零食时间做准备时，教师问一个孩子：“请你数一数这个盘子里有多少个亚洲梨？”孩子将同一颗梨数了两次。教师鼓励孩子再试一次，并和他们一起数。孩子正确地数到了 6 个。

后期范例

- 在数 12 块积木时，孩子每数一块积木会将它放到新的积木堆里，以记录已经数过的积木。当孩子把第 12 块积木放到新的积木堆上时，教师会指出：“我看到你把已经数过的积木放在这里了”。
- 在为零食时间做准备时，教师问一个孩子：“请你数一数这个盘子里有多少个亚洲梨？我想确保我们有足够的梨给所有的朋友吃。”孩子指着每个亚洲梨数了数，说：“我们有 12 个”。

(接下页)

(续)

基础 1.2 一对一的对应关系

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

孩子指着每一块木质拼图块，用自己的家庭语言数着：“一、二、三、四、五”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

一个有听力障碍的孩子指着花园里的一朵花，用语言和手语交流：“一朵”，然后指着另一朵花，打手语说：“两朵”。孩子数到 12 朵不同的花。教师跟在后面重复这些手语，鼓励孩子继续数下去。

一个孩子数着盒子里蜡笔的数量，但同一支蜡笔数了两次，漏掉了一些其他蜡笔。教师把蜡笔从盒子里拿出来，排成一排，然后让孩子指着每支蜡笔再数一次。这次，孩子成功数出了 11 支蜡笔。

基础 1.3 基数

早期

3 至 4 ½ 岁

用数数的方式回答“多少？”的问题。数完后可能会重复数字表中的最后一个数词，但仍在发展对最后数出的物件的数字名称代表该组物件的总数的理解。

后期

4 至 5 ½ 岁

在数数时，能够始终理解最后数出的物件的数字名称代表该组物件的总数。

在早期基础中，儿童可能会在数完后重复数字表中的最后一个数词来回答关于“多少”的问题（例如，在数完“一、二、三、四、五、六”后说“六”），可能仍在发展对最后数出的物件的数字名称代表该组物件的总数量的理解中（例如，理解“六”代表该组有六个物件）。然而，在后期基础中，孩子们会对这组物件的总数量有更深入的理解（例如，说出“六”，并理解它表示这组物件的总数）。

早期范例

- 在有五个脚印的活动中，教师问孩子：“你看到了几个动物脚印？”孩子数着：“一、二、三、四、五”。
- 玩泰迪熊时，同伴问：“你有几只泰迪熊？”孩子用西班牙语数着：“一、二、三、四。”

后期范例

- 在有五个脚印的活动中，教师问孩子：“你看到了几个动物脚印？”孩子数着脚印，然后告诉教师：“我看到了5个”。
- 一个孩子在玩泰迪熊时，同伴问：“你有几只泰迪熊？”孩子用西班牙语数着：“一、二、三……（继续）……十四、十五”，然后对同伴说：“我有 15 只。你有多少只？”

(接下页)

(续)

基础 1.3 基数

早期
3 至 4½ 岁**早期范例 (续)**

一个孩子照着游戏屋的镜子，指着自己头发上的辫子。教师问：“我看到你今天的头发上有辫子，Amari。你有几条辫子？”孩子数着：“一、二、三”，然后竖起三根手指。

午餐时间，教师问：“你有几块芭蕉薯片？”孩子大声数出薯片的数量：“一、二、三、四、五、六-六”。当同伴再问：“你有多少？”孩子又开始数自己盘子里的薯片数量。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例 (续)**

在户外散步时，教师问：“每个人都有五块石头吗？”一个孩子数了数自己的五块石头，然后告诉教师说：“我有5块”。

在和教师一起阅读 *Señorita Mariposa* 一书时，一名聋哑儿童用手语数着书页上的蝴蝶数量，并用手语沟通表示“七只蝴蝶”。

一名儿童数了五个荔枝*，并认识到餐桌旁的五名儿童每人都能分到一个荔枝。

*荔枝是一种生长在热带地区的红色果壳、白色果肉的圆形小水果。

支持数数技能和理解基数

数数是数学中最基本的技能之一，涉及许多重要的概念和技能。首先，要成功地数数，儿童需要能够背诵数字。他们还需要为每个物件只指定一个数词（一对一的对应关系），并且每个物件只数一次。最后，他们需要理解，最后数出的物件的数字名称代表该组物件的总数（基数）。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展游戏活动外，教师还可以透过以下方式，在日常互动和日常例行活动中帮助儿童理解数数：

- 鼓励儿童在日常例行活动中数数，无论是用英语还是用家庭语言与讲其家庭语言的同伴、家人或社区成员一起数数。例如，教师可以鼓励儿童在洗手时数到 10。
- 示范数一组物件，一边数一边指着其中的每个物件，重复物件的总数。例如，教师可以一边说“一、二、三、四”，一边指着一组四只橡皮鸭中的每一只，然后重复“水里有四只橡皮鸭”。
- 从计数量较小的集合开始。一旦孩子们对基数有了一定的了解，并能在计数量较小的集合时自如地应用一对一的对应关系后，再让他们数数量较大的集合（如 12、20、30 及更大的集合），这将有助于他们理解十进制数字系统。
- 在日常例行活动、学习经历以及与成年人和同伴的互动中，鼓励孩子用数数来回答关于“多少”的问题和解决问题。例如，教师可以让孩子数出盘子里苹果片的数量，或在搭建时找出哪座塔的积木更多。

子分支 - 识别数量

基础 1.4 目测小数量能力

早期
3 至 4 ½ 岁

无需数数就能辨认出小数量集合物件（如一至四个物件）的数量。

早期范例

■ 一个孩子快速看了看一张图片，图片上有三只猫，马上就会用手语表示数量三。

● 一个孩子看着手中的两支蜡笔，一边伸出两支蜡笔，一边与同伴分享：“我有两支”。

吃零食时，一个孩子转向同伴，用他加禄语表达道：“Ying 有两个草莓。”

一名视力较弱的儿童抛掷一对触感骰子，触摸每个骰子上的凸起，并说出：“一和三”。

后期
4 至 5 ½ 岁

无需数数就能辨认出一至五个物件集合中的物件数量。

后期范例

■ 一个孩子快速看了看一张图片，图片上有五只猫，马上就会用手语表示数量五。

● 一个孩子看着手中的四支蜡笔，一边伸出四支蜡笔，一边与同伴分享：“我有四支”。

在故事时间，教师简短地展示了有五只瓢虫的图片，然后把图片藏在背后，问全班同学：“你们看到了几只瓢虫？”一个孩子回答：“五只！”

午餐后打扫卫生时，一个孩子指着桌上的四根筷子，用普通话对同伴说：“四根筷子”。

一个孩子指着玩具车库里的五辆汽车，用手势表示有五辆汽车。

子分支 - 识别数字符号

基础 1.5 识别数字符号

早期

3 至 4 ½ 岁

识别并说出 10 以内的几个书面数字符号。

后期

4 至 5 ½ 岁

识别并说出 10 以内的所有书面数字符号。

早期范例

■ 在玩卡片游戏时，一个孩子认出卡片上的数字三，并说“三”。然后孩子指着显示数字符号七的卡片说“七”。

● 在外面散步时，一个孩子指着门牌号“827”中的数字符号八，用粤语说：“那是八”。

在阅读数数书时，一名聋哑儿童会指着书页上的数字符号，并用手语表达正确的数词。当孩子数到九时，他们犹豫了一下，并用手语表示说：“我不知道”。教师做出回应，向他们展示九的手语。

孩子在玩磁力数字符号时说：“那是一”。然后，教师要求孩子找到二的磁铁，但孩子却指向了三的磁铁。教师说：“那是三。记住，二的顶部和三一样有一条曲线，但它的底部是一条直线。你能找到二吗？”然后，孩子正确地找到了二的磁铁。

后期范例

■ 玩卡片游戏时，孩子指着每个数字符号并说出它的名字：“五、七、二、一”。

● 在外面散步时，一个孩子指着门牌号“827”中的每个数字，用粤语说：“那是八、二、七。”

玩计算机配对游戏时，一个孩子错误地将数字符号六与九只蜗牛的图片配对。教师鼓励孩子再试一次，先数蜗牛。当孩子数到九后，教师问：“9 是什么样子的？”当孩子指着数字符号6时，教师回答：“6 和 9 看起来很像，但要记住九的圆圈在顶部。”然后孩子正确地选出了数字九。

在另一个孩子玩跳房子游戏时，一个孩子指着地上画的从一到十的跳房子数字符号并说出它们的名字。

子分支 - 数目之间的关系

基础 1.6 比较数目

早期
3 至 4 ½ 岁

比较（透过数数或不数数）数量明显相等或不同的两组物件，并表达“相同”或“更多”。

早期范例

■ 一个孩子看着自己和同伴的石头数量，用自己的家庭语言交流：“它们一样多。”

● 在沙坑里玩游戏时，一个孩子看着同伴的玩沙玩具，用普通话说：“你的更多。”

在谈到他们在零食时间各自吃的胡萝卜数量时，一个孩子看着同伴的盘子解释说：“Jamal 和我吃的一样多。”当教师问：“你怎么知道你们的数量一样多？”孩子把自己的胡萝卜排成一排，放在 Jamal 的胡萝卜旁边，并解释说：“看”。作为回应，教师数了数两排胡萝卜，说：“我明白了，因为你有一、二、三、四根胡萝卜，Jamal 也有一、二、三、四根胡萝卜！”

后期
4 至 5 ½ 岁

透过数数和表达“多”、“一样”、“少”或“更少”来比较两组物件。

后期范例

■ 一个孩子数了数自己和同伴拥有的石头数，并用自己的家庭语言交流：“八块和八块—你和我一样多。”

● 在沙箱里玩游戏时，一个孩子数了自己的玩沙玩具，然后数同伴的玩沙玩具，并用普通话说：“你的更多。我有三个，你有五个”。

当教师问是否每个人都在外面捡了五片树叶时，一个孩子看了看同伴，说：“他们捡得少”。教师接着问：“你怎么知道 Arjun 的少呢？”孩子开始数自己的树叶和 Arjun 的树叶，然后说：“因为我有五片，而 Arjun 有三片”。

一个孩子把一组七个的贝壳和一组九个的贝壳并排放在一起进行比较。孩子指着有七个贝壳的那一排，说：“这排贝壳更少”。

分支：2.0 - 运算和代数思维

子分支 - 数的运算

基础 2.1 加减法法则

早期

3 至 4 ½ 岁

理解在一组物件中添加或拿走一个或多个物件会增加或减少该组物件的数量。

后期

4 至 5 ½ 岁

理解添加一个或拿走一个物件都会使一组物件的数目刚好改变一。

早期范例

■ 在室外用松果搭积木时，一个孩子从同伴手中抢过另一个松果，并说道：“现在我的更多！”

● 一个孩子从八只毛绒玩具中取出一只交给同伴。孩子说：“现在我的少了，而你的多了”。

在玩面包房游戏时，教师问一个孩子：“请给我两个包子*”。孩子把两个包子递给教师。教师问：“你还有包子吗？”孩子回答：“都没了！我要多做几个”。

*包子是华人社区美食，是一种蒸制的面点，里面有咸味或者甜味馅料。

后期范例

■ 在室外用松果搭积木时，一个孩子数着自己的松果，然后对同伴说：“我们有五个”。然后，孩子在自己的结构上再添加一个松果，并说：“现在我们有六个了”。

● 一个孩子从八只毛绒玩具中取出一只交给同伴。孩子说：“现在我有七个了”。然后，孩子数了数同伴的毛绒玩具，说：“现在你有四个了”。

一名使用沟通设备的自闭症儿童准确预测到，如果在一组四颗弹珠中再加一颗弹珠，就会有五颗弹珠。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 2.1 加减法法则

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

一个孩子送给同伴两个玩偶，并用西班牙语说：“现在你的玩偶比我多了”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在用绒球装饰苗族传统帽子庆祝苗族新年时，教师要求每个人在帽子前面加上五个绒球。一个孩子数了数帽子上已经有的绒球，然后又抓起一个绒球说：“我原来有四个，现在有五个了！”

支持加法和减法的理解

儿童在日常互动、例行活动以及与同伴和成年人玩耍的过程中会遇到加减法问题。例如，孩子们可能会把自己的玩具小汽车和同伴的小汽车合在一起，然后算出他们总共有多少辆小汽车，或者他们可能想知道自己吃了几块饼干后还剩多少块。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展游戏活动外，教师还可以透过以下方式，在日常互动和例行活动中帮助儿童理解加减法：

- 在日常活动中向孩子介绍简单的加减法问题。例如，教师可以在游戏时间（“我们有三个男孩和四个女孩在公共汽车上。车上一共有多少个孩子？”）或用餐时间（“我有五块饼干。如果我给你两块饼干，我还剩几块饼干？”）向孩子提出有关数量变化的问题。
- 在向孩子们介绍简单的加减法问题时，使用可操纵物件、玩具或视觉图像。例如，在给孩子们读故事时，教师可以指出左边有两只鸭子，右边有三只鸭子，然后问他们一共看到几只鸭子。用实物或视觉图像来展示问题，可以帮助幼儿直观地理解添加、合并和拿走等数的**运算**。
- 示范“继续数”加法策略。年龄较小的孩子可以使用“全数一遍”策略将两组物件相加。例如，他们可以透过全数一遍（“一、二、三、四、五”）将三辆红色汽车和两辆蓝色汽车相加。教师可透过示范来鼓励幼儿使用更高级的“继续数”策略，例如说：“你有三辆红色汽车和两辆蓝色汽车 - 三（指着第三辆红色汽车）、四、五（依次指着两辆蓝色汽车）”。
- 使用多种语言描述加减法问题。教师可先使用日常用语（如“总共”和“拿走”），然后引入正式的数学语言（如“加”、“减”和“相等”）和数学符号（+ 和 -）。这将帮助儿童把算术符号（+ 和 -）与他们解决加减法问题的日常经验联系起来。

基础 2.2 数字组合与分解

早期

3 至 4 ½ 岁

理解一组物件是由较小的部分组成的，而整组物件要大于其各个部分。

后期

4 至 5 ½ 岁

用多种方法将一组物件分解成两小组（例如，将 5 分解成 3 和 2，或 1 和 4）。将两个小组组合成一个更大的组（例如，将 3 和 2 组成 5）。

早期范例

■ 在戏剧游戏区假装做饭时，一个孩子向同伴解释说：“你有两个青苹果，而我只有一个红苹果。我们把所有苹果放在一起做一个苹果派吧”。

● 一个孩子指着六个木偶，用自己的家庭语言说：“熊木偶归你。狼木偶归我。”

在读 *Baby Goes to Market* 这本书时，教师问：“妈妈的篮子里怎么了？”一个孩子回答：“满了！”

教师问：“哦！宝宝往篮子里放了什么东西，让篮子满满的？”孩子回答：“香蕉和橘子”。

后期范例

■ 在戏剧游戏区假装做饭时，一个孩子向同伴解释说：“我们需要五个苹果来做苹果派，三个红的，两个绿的。实际上，我们用四个红苹果和一个绿苹果”。

● 一个孩子指着六个木偶，用自己的家庭语言说：“三个熊木偶归我，三个狼木偶归你”。玩了一会儿后，孩子说：“现在我想要两个熊木偶和一个狼木偶”。

在表演故事时，孩子从绒布板上拿走三只（共四只）鸭子，说“三只鸭子离开了池塘，只有一只鸭子留下来”。

(接下页)

(续)

基础 2.2 数字组合与分解

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

在零食时间，孩子指着自己的动物饼干，用英语和西班牙语混合说：“*Tengo cuatro* 动物饼干。两头大象 y 两只 *jirafas*。”（我有四块动物饼干。两头大象和两只长颈鹿。）

一名有残疾的儿童将自己的磁力片与同伴的一堆磁力片堆放在一起，然后使用沟通设备向同伴表示现在同伴那堆磁力片更多。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

一个孩子举起一只手的三个手指和另一只手的两个手指来表示五。教师问：“你还能怎么表示五？”经过思考，孩子举起了一只手的一个手指和另一只手的四个手指。

提高数字组合和分解技能

数字组合是指了解两个部分可以组合成一个整体（例如，1 和 3 组成 4），而数字分解是指了解一个整体可以分解成更小的部分（例如，5 可以分解成 3 和 2）。透过数字组合与分解，孩子们学会了如何用不同方式表示数字（例如， $5 = 4 + 1$ 和 $5 = 2 + 3$ ）。数字组合与分解加强了儿童对加减法的理解，并为理解**位值**奠定了基础。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展游戏活动外，教师还可以透过以下方法，在日常互动和例行活动中帮助儿童发展数字组合与分解技能：

- 提供各种材料和工具，帮助儿童解决组合与分解问题。其中可能包括实物、可操纵物件和用于将一组物件拆分的容器。例如，教师可为孩子们提供两个篮子，要求他们把五只计数熊分入两个篮子。儿童尝试一种方法后，教师就可以要求他们展示另一种拆分小熊的方法。
- 邀请孩子们透过各种活动练习组合与分解。例如，教师可以邀请孩子们用不同的玩具动物（如一只公鸡、两只猫和三只青蛙）组成一个小组，小组中包含六个动物。
- 提出问题，鼓励孩子们思考组合与分解以及数字的结构，例如，“在你制作的停车场里有 12 辆玩具车，这一排有 10 辆，下一排有 2 辆。你还可以用什么方法排列这些汽车？如何把这些汽车排成三行？每行有多少辆车？一共有多少辆车？”

基础 2.3 解决加减法问题

早期

3 至 4 ½ 岁

结合日常生活情境，解决极少量物件的加减法问题。

后期

4 至 5 ½ 岁

结合日常生活情境，解决较多数量物件（总和不超过 10）的加减法问题。

早期范例

■ 午餐时，教师要求一名儿童从装有四个萨莫萨 (Samosa)* 的盘子里拿出一个给同伴。孩子数了数剩下的萨莫萨，然后解释说：“现在只剩下三个了。”

● 在读故事时，一个孩子看着图片，数了一下有多少孩子坐小汽车上学，有多少孩子坐公共汽车去上学。教师问：“一共有多少个孩子？”孩子数道：“一、二、三、四、五！”

*萨莫萨（或 *singara*）是南亚美食中常见的有馅咸味糕点。

后期范例

■ 午餐时，教师要求一名儿童从装有八个萨莫萨的盘子里拿出两个给同伴。孩子数了数剩下的萨莫萨，然后描述道：“一共有八个萨莫萨。我给了你两个，所以现在还有六个”。

● 在读故事时，一个孩子看着图片，数出有三个孩子坐小汽车上学，四个孩子坐公共汽车去上学。教师问：“一共有多少个孩子？”孩子回答：“公共汽车里有四个，所以……五、六、七！”

假装在服装店购物时，一个孩子告诉同伴：“这件外套 6 块钱，这条裤子 3 块钱”。同伴拿出钱包，数出 6 块钱。然后，同伴又加了三块钱，并表示：“一、二、三、四、五、六、七、八、九”。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 2.3 解决加减法问题

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

一个孩子画了一只独木舟，里面有三个小人。当教师问：“独木舟上有三个人，你觉得再多一个人可以坐得下吗？”，孩子又画了一个小人，并伸出四个手指表示独木舟里的总人数。教师回答说：“是的，现在独木舟上有四个人了”。

孩子认识到一个球加上另外两个球一共是三个球，并用自己的家庭语言和英语说“三”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

与同伴在水桌旁玩耍时，一名失明儿童对同伴说：“我有五条船”。同伴问他是否可以拥有其中的两条船。孩子回答说：“如果我给你两条船，我就只剩下三条了”。

在教室花园采摘水果时，一个孩子把两颗蓝莓加到一组七颗蓝莓中，当教师问他一共有多少颗蓝莓时，他举起了九个手指。

基础 2.4 分享物件（除法）

早期 3 至 4 ½ 岁

将少量物品（如四个或六个）平均分给两个接受者。

早期范例

■ 一个孩子把一排四个橡子从中间分开，给同伴两个橡子，自己留下另外两个橡子。

● 在做一个艺术项目时，孩子把一枚邮票交给教师，保留另一枚邮票，并说“一枚给你。一枚给我”。

教师要求孩子与同伴分享一些贴纸。孩子轮流把一张贴纸给同伴，一张贴纸给自己，直到所有贴纸分享完毕。

后期 4 至 5 ½ 岁

两个或更多人平分数量稍多的物品（例如，三个人分九个物品）。

后期范例

■ 一个孩子把一排八个橡子从中间分开，一半给同伴，另一半留给自己。

● 在做一个艺术项目时，三个孩子分九枚邮票。他们轮流每人拿一枚邮票，直到一枚不剩。然后，每个孩子数一数自己的那叠邮票，看看数量是否相同。

一个孩子与同伴分享六张贴纸，自己留下四张，给同伴两张。同伴用阿拉伯语说：“这不公平”。孩子再给同伴一张贴纸，然后用阿拉伯语回答说：“现在我们都有三张贴纸了”。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 2.4 分享物件（除法）

早期
3 至 4½ 岁

后期
4 至 5½ 岁

后期范例（续）

在尝试将几个小雕像分给同伴和自己时，一个孩子保留了三个小雕像，并给了同伴三个小雕像，然后用手语表示：“我有三个，你有三个”。教师用手语表示：“最后一个该怎么办？”孩子以手语回答，最后一个会留在篮子里。

在朗读完 *Cassie's Word Quilt* 一书后，一个孩子在划分一排八块拼布时说：“你分一半，我分一半，我们都一样”。

子分支 - 分类和模式

基础 2.5 排序和分类

早期
3 至 4 ½ 岁

注意物件属性的相似性和差异性。
将物件按一种属性分成两组或更多组，并进行分类。

早期范例

■ 一个孩子按大小给玩具恐龙分类，并说道：“我把所有大恐龙放在这里，把所有小恐龙放在那里”。

● 在玩玩具动物时，孩子为自己挑选一些长颈鹿，为同伴挑选一些大象，而其他动物则不分类。

在戏剧游戏区的清理时间，教师要求孩子们按颜色将手镯*分类。两个孩子把所有的金色手镯放在一个篮子里，把所有的红色手镯放在另一个篮子里。

*手镯是东南亚和非洲妇女佩戴的手链。通常由金属或玻璃制成。

后期
4 至 5 ½ 岁

按一个或多个属性对物件进行排序和分类，将其准确、灵活地分成两组或多组。按两种属性分类时，孩子可先按一种属性分类，然后再按第二种属性分类。

后期范例

■ 孩子会先按玩具恐龙的大小（大的和小的）进行分类，然后再按颜色（棕色、绿色和橙色）对每组大恐龙和小恐龙进行分类。

● 在了解了动物的不同运动方式后，孩子会把各种玩具动物分成三组：会飞的、会走的和会游的。

一个孩子把积木按形状摆放在篮子里：一个篮子里装的是圆柱体，另一个篮子里装的是正方棱锥，第三个篮子里装的是立方体和长方体棱柱。教师指着第三个篮子说：“我想你这个篮子里有两种不同的形状。你能把它们分类吗？”然后，孩子将立方体和长方体棱柱分别放入不同的篮子中。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 2.5 排序和分类

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

手臂行动不便的孩子将蜡笔按颜色分类，并告诉教师每支蜡笔放在哪个颜色的篮子里。教师指着一支红色蜡笔问：“这支蜡笔放在哪里？”孩子回答说：“放在红色的那个篮子里”。

在室外用石头建房子时，孩子只选择大块的扁平石头铺在地基上，然后把小块的石头堆起来砌墙。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

准备做水果沙拉时，一个孩子用越南语说：“我要把橘子放在这个碗里。葡萄放在这个碗里，香蕉放在这个盘子里”。

排序和分类是儿童表达和分析数据能力的重要前提（见基础 3.4 和 3.5）。在与孩子一起学习与数据有关的技能时，要考虑让儿童如何利用他们的排序和分类技能对数据分组。

基础 2.6 识别、复制和扩展模式

早期

3 至 4 ½ 岁

注意并探索周围环境中的模式，在成人的支持下，复制简单的重复模式（如 ABAB）。

后期

4 至 5 ½ 岁

在成人的支持下，探索、扩展和复制各种重复模式（如 AABBAABB、ABCABC）。描述模式的重复部分（模式单元）。

早期范例

■ 在围圈时间，教师先拍手，然后拍膝盖，以拍手-拍膝-拍手-拍膝的模式进行示范。一个孩子透过拍手和拍膝盖参与进来。

● 一个视力较弱的孩子摸着同伴用不同大小的珠子做的手链，并说道：“我也想做同样的手链。大的、小的、大的、小的”。

在户外游戏时间，教师会喊出跳跃-拍手-跳跃-拍手等模式让孩子们跟着做。孩子们按照指示做，偶尔也会出错。

后期范例

■ 在围圈时间，教师按照重-重-轻-轻的模式敲击金贝鼓 (*djembe**) 鼓，并要求一个孩子尝试相同的模式。对教师观察几次之后，孩子就会模仿同样的模式。

● 一个视力较弱的孩子摸着同伴用不同大小的珠子按照“大、大、小、大、大、小”的模式串成的手链。教师问孩子是否想再加一组珠子来完成它。孩子摸了摸珠子，说：“我需要加两个大的和一个小的！”

* 金贝鼓是西非的一种鼓。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 2.6 识别、复制和扩展模式

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

串项链时，孩子自豪地向阿姨展示自己的模式，并沟通道：“看，白色、蓝色、白色、蓝色”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

一个家庭语言为西班牙语的孩子在读一本关于亡灵节 (*Día de los Muertos**) 的书时，指着一张剪纸彩旗 (*papel picado***) 横幅的图片说：“看，这些颜色重复出现，*rosa*-蓝色-绿色-*rosa*-蓝色-绿色。” (*Rosa* 在西班牙语中是粉红色的意思。)

在读一本关于月亮不同阶段的图画书时，教师问一个孩子：“月亮发生了什么变化？”孩子回答：“月亮越来越小，然后越来越大”。

*亡灵节 (*Día de los Muertos*) 是墨西哥和墨西哥裔社区纪念逝者的节日。

** 剪纸彩旗是一种起源于墨西哥的民间艺术，在彩色薄纸上剪出复杂的图案。

基础 2.7 创建模式

早期

3 至 4 ½ 岁

在成年人的帮助下，创建一个简单的重复模式（如 ABAB）。

后期

4 至 5 ½ 岁

创建各种重复模式（如 AABBAABB、ABCABC），或使用不同的物件重新形成现有模式。

早期范例

■ 孩子用不同颜色的纽扣制作马赛克。孩子从一颗蓝色纽扣开始，加上一颗黄色纽扣，然后再加上一颗蓝色纽扣，形成蓝色-黄色-蓝色的模式。教师问下一个是不是黄色的。孩子把黄色纽扣放在蓝色纽扣旁边，然后回答：“蓝色-黄色-蓝色-黄色。”

● 一个孩子用拍手-拍手的节奏编排一首歌的舞蹈。然后，教师建议他们加入跺脚-跺脚的节奏。孩子在舞蹈中尝试了拍手-拍手-跺脚-跺脚的模式。

在零食时间，教师问一个孩子能否用椒盐脆饼条和奶酪片创建一个模式。教师先用一根椒盐脆饼条作为这个模式的开端，然后让孩子决定接下来用什么。然后，孩子创建了椒盐脆饼-椒盐脆饼-奶酪-椒盐脆饼-椒盐脆饼-奶酪的模式。

后期范例

■ 孩子用不同颜色的纽扣制作马赛克。孩子从一个紫色的圆形开始，然后交替使用绿色、黑色和紫色纽扣的同心圆。

● 一个孩子与同伴一起编了一个拍手游戏，在“Miss Mary Mack”的旋律中，他们交替反复地拍手和跺脚。

教师给孩子看印有公共汽车-公共汽车-小汽车-公共汽车-公共汽车-小汽车模式的图片卡，并要求孩子用彩色积木拼出同样的模式。孩子随后制作出绿色-绿色-蓝色-绿色-绿色-蓝色的模式。

（接下页）

(续)

基础 2.7 创建模式

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

在一个关于毛毛虫的课堂项目中，一个孩子仔细观察了一只毛毛虫，并注意到了它背上的颜色模式。然后，他在毛毛虫的图片上添加了绿色和黄色的条纹。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

一个孩子决定用亮片装饰自己的狂欢节*面具，亮片的图案是粉色-金色-蓝色-粉色-金色-蓝色。

一个孩子模仿年长的孩子画的云朵-太阳模式，创作了一幅画。

*狂欢节是许多西班牙语或葡萄牙语国家在大斋期前举行的节日。狂欢节以五颜六色的服饰、音乐、舞蹈和丰富的食物为特色。

发展模式技能

模式是有规律地重复排列的事物，如数字、物件、事件和形状。孩子从小就会注意到周围的模式。他们可以预测一个模式中下一个出现的是什么，并注意到是否有人打破了模式。教师可以帮助儿童培养识别、描述、复制、扩展和创建模式的能力。这种思考方式对于儿童在小学阶段的代数思维至关重要。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展游戏活动外，教师还可以透过以下方法，在日常互动和例行活动中帮助儿童发展模式技能：

- 鼓励儿童注意环境中的模式并描述这些模式。例如，教师可以组织寻找模式活动，让儿童指出他们在教室里或散步时注意到的任何模式。
- 玩游戏，让孩子们练习扩展或复制模式，例如，玩模式拍手游戏，随着歌曲跳舞，同时加入肢体动作模式，或在串项链时用珠子创建模式。
- 邀请孩子们自己创建模式，并帮助他们描述模式的重复部分（模式单元）是什么，例如，“我看到你用这些积木建立了一个模式。接下来是什么？”
- 以各种方式向儿童介绍各种类型的模式。在模式活动中，常向孩子们展示简单的重复模式（如 ABAB、ABBAABBA、ABCABC）。为了拓宽儿童对模式的认识，教师可以向他们介绍增长的模式（例如，一排积木越来越长）、数字模式（例如，每隔两个物件数数）或音乐模式（例如，升调旋律）。

分支：3.0 - 测量和数据

子分支 - 物件比较和排序

基础 3.1 比较物件可衡量的属性

早期

3 至 4 ½ 岁

透过注意物件的不同之处并就其比较进行交流，表现出可以透过长度、重量或容量对物件进行比较的意识。

后期

4 至 5 ½ 岁

比较两个物件的长度、重量或容量（例如，把物件并排放在一起），并就其比较进行交流。

儿童在比较长度、重量或容量等属性时所使用的语言因其家庭语言而异。在英语中，许多比较词是透过在描述词上添加后缀构成的。例如，“long”变成“longer”，“heavy”变成“heavier”。在西班牙语等其他语言中，比较词是透过在比较词前添加“more”或“less”来构成的。例如，más grande 翻译为 bigger（更大），menos pesado 翻译为不太重。儿童学习使用这种语法的语言后，在说英语时可能会使用“more heavier”这样的词组。

早期范例

- 一个孩子看着同伴说：“你比我大。”
- 一个孩子将一个容器装满水，然后说“满了”，然后指着一个快空的容器说“空了”。

后期范例

- 一个孩子站在同伴旁边，尝试确定自己是否比同伴高。孩子比较他们的身高，并对同伴说：“你比我高一点。”
- 一个孩子将一个容器装满水，然后把水倒进另一个容器里，看看哪个容器里的水更多。

(接下页)

(续)

基础 3.1 比较物件可衡量的属性

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

一个孩子在哄玩偶睡觉时，把玩偶的头发盖住来保护它。头巾*掉了。孩子说：“太大了”，接着在过家家游戏箱里找一个小一点的头巾，然后说：“这个更合适”。

一个孩子在另一个孩子旁边搭了一座塔，并用他加禄语说道：“看，我的塔更高”。

教师在白板上画了两条线，问孩子：“你能看出哪条线更长吗？”一名聋哑儿童用手语表示“长”，并指向白板上画的一条长线。然后，孩子用手语表示“短”，并指向白板上较短的一条线。

*不同社区会出于不同目的使用头巾，例如保护头发或出于宗教原因。根据社区和用途的不同，它们有不同的名称，如围巾、软帽、杜拉格、穆斯林头巾、头巾盖头和喜玛尔。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在教师的帮助下，一个孩子使用天平确定两块石头中哪块更重。当教师问：“哪块石头更重？”孩子指着天平向下的一边。教师接着问：“你怎么知道这块更重？”孩子回答说：“因为它一直往下掉”。

在了解世界各地的弦乐器时，一个孩子指着一张二胡**的图片说：“这把二胡的弦真长”。

一个孩子用适应性剪刀剪下一条和自己脚一样长的纸条。然后，他们将纸条与自己手臂的长度进行比较，并用西班牙语与教师沟通：“我的手臂比我的脚长”。

**二胡是一种中国两弦弓弦乐器。

数学领域中描述的许多概念和技能对儿童在其他领域，尤其是科学领域的学习和发展非常重要。儿童在进行科学探究和探索时，会运用排序、分类、模式设计、测量和收集数据等数学技能。

基础 3.2 给物件排序

早期 3 至 4 ½ 岁

按长度或其他属性（如高度、容量）给小数量的物件（如三个）排序。

早期范例

- 一个孩子在戏剧游戏区按大小给三个碗排序：最大的碗给熊爸爸，中等的碗给熊妈妈，最小的碗给熊宝宝。
- 在水桌旁玩耍时，两个孩子和一名教师正在往三个水瓶里装水珠。水瓶装到一半时，教师说：“你们能把这些水瓶从最满到最不满排个顺序吗？”孩子们一起比较瓶子并排序。

后期 4 至 5 ½ 岁

按长度或其他属性（如高度、容量）给数量稍多的物件排序（如四个或五个）。

后期范例

- 一个孩子在戏剧游戏区按大小给五个碗排序：最大的碗给熊爸爸，第二大的碗给熊奶奶，中等大小的碗给熊妈妈，次小的碗给熊哥哥，最小的碗给熊宝宝。
- 在水桌旁玩耍时，两个孩子和一名教师正在往五个水瓶里装水珠。在往水瓶中装水的过程中，教师说：“你们能把这些水瓶从最满到最不满排个顺序吗？”一个孩子给瓶子排序，并解释哪个瓶子里的水珠最多、哪个最少。

(接下页)

(续)

基础 3.2 给物件排序

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

一名患有唐氏症候群的儿童向教师**做手势**，并指着他们从大到小排序的三个南瓜。教师回答说：“你已经把它们从大到小排好了。”

一个孩子将三种动物模型（长颈鹿、马和兔子）按大小排成一行。教师接着问：“哪一个最大？”孩子指着排在最前面的长颈鹿说：“大”。然后孩子指着排在最后面的兔子说：“小”。

当孩子们制作自己的排箫时（panpipes*），一个孩子先将三根不同长度的吸管从小到大排序，然后再用胶带把它们黏在一起。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在假装游戏中，一个孩子将四个玩偶从小到大排列起来。

在沙坑里，一个孩子把五个桶按大小排好，从装沙子最多的桶到装沙子最少的桶。教师注意到了，问孩子：“你为什么要这样排列桶？”孩子解释说，他们是从大到小排列的。

一个孩子透过相互比较，把五个同伴从矮到高排序。他们对最高的同伴说：“你最高，所以你来这里”。

*排箫（或排笛）是一种由不同大小的细管制成的管乐器。这是南美洲安第斯南部地区（秘鲁和玻利维亚）的一种乐器。

基础 3.3 测量长度

早期 3 至 4 ½ 岁

(无基础适用)

后期 4 至 5 ½ 岁

使用首尾相连的具体物件测量长度，有时需要成人的支持。

注意：孩子们可能还不明白测量单元必须长度相等。

后期范例

孩子用首尾相连的回形针测量自己的手和教师的手的长度。然后他们交流说：“我的是四，你的是七”。

一个孩子将不同大小的积木首尾相连铺在地毯上，测量地毯的长度。当教师解释积木的大小必须相同时，孩子就会把一些积木换掉，使它们大小相同。

一个孩子用尺子量自己的脚，并告诉教师：“我的是六”。然后他们测量教师的脚，并解释说：“你的是九。”

一个孩子透过数从一棵树走到另一棵树的步数来测量游戏场地中两棵雪松之间的距离。

(接下页)

(续)

基础 3.3 测量长度

早期
3 至 4½ 岁

后期
4 至 5½ 岁

后期范例（续）

教师请一个孩子帮忙测量书架的长度，以便为图书馆订购第二个书架。在教师的指导下，孩子把卷尺放在书架的一端，然后把卷尺拉过书架的长度。教师指着卷尺上的数字说：“这是一个 2 和一个 6，意味着它有 26 英寸长”。

支持排序和测量技能

幼儿在对两个物件进行比较以确定哪个物件更长、更高或更重的过程中，发展了直观的测量概念。他们还学会辨别尺寸上的细微差别，并能把几个物件从小到大排序。比较和排序技能是儿童理解更精确测量概念（例如，使用首尾相连的常数单位来测量长度）的基础。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展有趣的活动外，教师还可以透过以下方法，在日常互动和例行活动中帮助儿童发展排序和测量技能：

- 促进需要儿童透过比较、排序、估算或测量来解决问题的学习体验。在这些活动中，教师可以邀请儿童推理并解释他们的想法，例如，可以说：“我想知道这张纸的大小是否足以覆盖整张桌子。我们该如何检验它的长度是否合适呢？”
- 示范并鼓励儿童使用比较和测量词汇，如短、长、最高、更重、轻、热、更慢和最快。
- 邀请儿童进行测量估算，然后使用测量工具检验他们的答案。例如，在探索石头时，教师可以问：“你认为哪块石头更重？”在孩子们做出估计后，教师可以引导孩子们使用天平等适当的工具检验他们的估计。
- 示范使用卷尺、直尺、秒表和天平等标准化测量工具。教师可示范将工具放在原点的重要性，例如，在测量桌子的长度时，可示范如何从零点开始将尺子对齐。

子分支 - 数据

基础 3.4 表示数据

早期

3 至 4 ½ 岁

在成人的支持下，用实物、记数符号或图形符号表示两组数据。

早期范例

■ 教师要求孩子们在他們喜欢的水果（芒果或橙子）的图片下添上一块积木。一个孩子说：“我喜欢芒果”。教师回答说：“那你应该把积木放在哪里呢？”然后，孩子就在芒果图片下添上了一块积木。

● 在制作橡皮泥的活动中，要求孩子们投票选择他们想要的颜色来制作橡皮泥。每个孩子都要在白板上的粉色或橙色圆圈下画一条线。一个孩子拿着一支可调节握力的记号笔，在粉色圆圈下画一条线。

后期

4 至 5 ½ 岁

用实物、记数符号或图形符号表示两组或多组的数据。理解每个物件、记数符号或图片代表一个数据点。

后期范例

■ 教师要求孩子们在他們最喜欢的水果（芒果、榴莲（durian）*或橙子）的图片下添上一块积木。一个孩子将自己的积木叠放在榴莲图片旁边的塔顶上。然后，同伴在芒果图片旁边的塔上添上一块积木。孩子们指着每块积木，用自己的家庭语言交流：“这是我的，那是你的”。

● 在制作橡皮泥的活动中，要求孩子们投票选择他们想要的颜色来制作橡皮泥。每个孩子都要在白板上的粉色、橙色或蓝色圆圈下划一个“X”。一个孩子走到图表前，在蓝色圆圈下画一个“X”，并表示：“这是我的投票”。

*榴莲是东南亚文化中常见的一种水果。

（接下页）

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 3.4 表示数据

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

为了了解教室里有多少孩子穿了条纹衣服，教师让穿了条纹衣服的孩子去戏剧游戏区，让没穿条纹衣服的孩子去书桌区。一个身体有残疾的孩子对教师说：“我的衬衫上有条纹”。教师问：“那你应该去哪个区域？”孩子指着说“那边”，然后坐着轮椅去了戏剧游戏区。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在室外游戏时，每个孩子都有一张画有树叶、橡子和松果的纸。当孩子在滑梯下找到一片树叶时，他们就会在树叶图片下面贴上一张贴纸。然后，他们在长凳旁边找到橡子，并在橡子图片下贴上一张贴纸。

基础 3.5 解读数据

早期

3 至 4 ½ 岁

在成年人的支持下，注意两组数据的差异，并描述哪一组的数据更多或更少。

早期范例

- 当所有孩子都在自己最喜欢的水果图片下添上了一块积木后，教师问一个孩子哪边的积木多。孩子指着有芒果图片的一边说：“这一边的积木多”。教师接着问：“喜欢哪种水果的孩子最多？”孩子回答：“芒果”。
- 在所有孩子都投票选出粉色或橙色橡皮泥后，教师用孩子的家庭语言问他：“哪种颜色的票数多？”孩子指了指白板上有粉色圆圈的那一边。教师接着问：“哪种颜色的票数少？”孩子指着橙色的圆圈。

后期

4 至 5 ½ 岁

在成年人的支持下，描述并比较两组或多组数据点的数量。确定哪一组的数据点更多或更少。

后期范例

- 孩子们在自己最喜欢的水果下叠放相同大小的积木，投票选出自己最喜欢的水果（芒果、榴莲或橙子）。教师询问全班最喜欢的水果是什么。将三座积木塔靠近，比较它们的高度，并指着每座积木塔解释说：“这座最高，这座中等，这座最小”。教师问道：“那么最喜欢哪种水果呢？”孩子回答说：“芒果”。
- 在教室里的所有孩子投票选出了粉色、橙色或蓝色的橡皮泥后，教师问一个孩子哪种颜色的票数多。孩子开始数粉色、橙色和蓝色圆圈下的 X 个数。孩子数出粉色得了 8 票，橙色得了 2 票，蓝色得了 4 票，并表示粉色得票更多。

(接下页)

(续)

基础 3.5 解读数据

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

教师要求孩子们根据是否穿条纹衣服聚集在教室的两个不同区域。穿条纹衣服的孩子聚集在戏剧游戏区，没穿条纹衣服的孩子聚集在水桌区。一个孩子看着两组孩子，说戏剧游戏区的同伴更多。教师回答说：“你说得对。今天我们的大多数朋友都穿了条纹衣服”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

花几分钟时间收集他们在操场上能找到的物品类型（如树叶、橡子和松果）的数据后，一个孩子数出了每个类别下的图形符号（贴纸）数量。孩子数出了四片树叶、两个橡子和一个松果。孩子告诉教师，他们看到的大部分是树叶。

分支：4.0 - 几何与空间思维

子分支 - 形状

基础 4.1 识别二维形状

早期

3 至 4 ½ 岁

识别熟悉的二维形状，如圆形、正方形、三角形和长方形。

注意：可能无法识别非典型的形状（例如，将正方形翻转，使顶点向下 - 菱形）。

后期

4 至 5 ½ 岁

识别、描述和建构不同的形状，包括圆形、正方形、三角形、长方形和其他形状的变体。使用非正式语言描述形状的定义属性（如边、角、圆）。

早期范例

■ 一个孩子把不同大小形状的可操纵物件按不同形状分组。他们会指着等边三角形组说“这是三角形”，而忽略非典型三角形（等腰三角形或直角三角形）。

● 一个孩子用橡皮泥拼出一个长方形，然后说：“看！一个正方形。”教师回答说：“哇！你注意到这个形状有四条边，像正方形，但它实际上是一个长方形。它有两条长边和两条短边。看到了吗？”然后，教师用手指沿着长方形的边划动，强调它们的长度。

后期范例

■ 一个孩子把不同大小和方向的可操纵物件按形状分类，然后说：“这是三角形，因为它有三条边”。教师回答：“如果我们把它转成这样呢？”孩子回答说：“你想骗我！它还是三角形！”

● 一个孩子用橡皮泥拼出不同大小的长方形和正方形。孩子对教师说：“看！我做了一个正方形！所有的边都是一样的”，同时指着每条边。

在玩“我看到的形状”游戏时，一个孩子用西班牙语说：“我看到了一个圆形 - 时钟”。后来，孩子又说：“我看到一个长方形 - 桌子”。

(接下页)

(续)

基础 4.1 识别二维形状

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

在午餐时间，一个孩子指着一个印度煎饼（roti）*，用家庭语言说：“这是一个圆形”。

在玩形状宾果游戏时，一个孩子指出了正确的图形。

一个孩子向长辈展示自己制作的捕梦网，并说：“外面是一个圆形，但中间我做了一个三角形”。

*印度煎饼（或印度薄饼）是一种未发酵的圆形扁面包，在东南亚很常见。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

一个有语言障碍的孩子透过勾勒正方形和三角形积木的边缘画出一枚火箭。教师注意到了这幅画，并说：“我看到你画了一枚火箭。”孩子点头说：“是的”，并指了指火箭顶部的三角形。“我看到你在顶部加了一个三角形，使火箭变得尖尖的”。然后，孩子将手臂举过头顶，用身体摆出三角形的形状，假装自己是火箭。

在玩猜形状游戏时，一个孩子向同伴描述一个形状，解释说它有四条相同的边。一个同伴猜道：“正方形”。

基础 4.2 识别三维形状

早期

3 至 4 ½ 岁

偶尔用非正式名称识别一些熟悉的三维形状（例如，当提到球体时说“球”）。

后期

4 至 5 ½ 岁

识别一些熟悉的三维形状，如球体、立方体和圆柱体。

注：有时仍使用非正式名称（如球、方盒子、管）。

早期范例

■ 在阅读一本介绍世界各地食物的书时，教师让一个孩子指出圆柱形的食物。孩子指出了日本寿司卷。

● 教师邀请一小组儿童按形状对积木进行分类。一个孩子抓起一个棱锥体，用自己的家庭语言说：“这个看起来像屋顶”。教师问：“你还记得我们怎么称呼这种形状吗？”孩子摇摇头，于是教师回答：“这叫棱锥体。”

教师请一个孩子把形状各异的积木分成几组。然后，孩子指着一组立方体说：“我把正方形盒子放在这里”。

后期范例

■ 在看一本关于农历新年的书时，一个孩子指着一幅有不同形状灯笼的图画说：“这个像球，这个是圆柱体”。

● 教师邀请一小组儿童按形状对积木进行分类。一个孩子在分类时，用自己的家庭语言向教师解释说，所有的棱锥底部都是正方形，侧面都是三角形。

在玩猜形状游戏时，一个孩子把手放进袋子里，不看里面的物体开始描述一个图形，解释说它的两边各有一个平的圆形。同伴猜测这是一根管子。孩子把它从袋子里拿出来，教师说：“你是对的。这就是圆柱体”。

在户外游戏时，一名儿童观察到泥土中的一个团子虫 (pill bug)，并用粤语告诉同伴：“看，它变成像球一样圆了”。

基础 4.3 比较二维形状

早期

3 至 4 ½ 岁

比较不同大小和方向的二维形状，判断它们形状是否相同。

早期范例

■ 在玩配对游戏时，一名聋哑儿童用美国手语表达两个形状都是正方形。

● 在玩找形状游戏时，教师给每个孩子一个形状，要求他们在教室里找到这个形状。一个孩子拿着一个圆形剪纸走到时钟前，用阿拉伯语对同伴说：“圆形！”

在积木区游戏时，教师指着两个长方形问：“这两个形状一样吗？”一个孩子把两块长方形积木翻转过来，让最长的一边在底部，对齐后说：“一样！”

在玩形状跳房子游戏时，孩子只在三角形上跳，从房间的一边跳到另一边。

后期

4 至 5 ½ 岁

比较不同大小和方向的二维形状，判断它们形状是否相同。识别两个不同形状的属性（边数或顶点数）的相似和不同之处。

后期范例

■ 在玩配对游戏时，一名聋哑儿童指着第一个形状的三个顶点用手语表示：“这是三角形，因为它的顶端是尖的 - 看到了吗？”然后指着第二个图形示意：“这个有四条边，所以是长方形”。

● 在玩找形状游戏时，孩子会把教室里大大小小的三角形都拉到一边，然后用阿拉伯语向同伴解释：“这些都是三角形，因为它们都有三条边”。

一个孩子把各种圆形和长方形的图片分成两组。当教师问他们为什么要这样分类时，孩子用自己的家庭语言解释说，圆的放在一起，尖的放在一起。

基础 4.4 组合形状

早期

3 至 4 ½ 岁

使用二维或三维形状表示图片或设计中的不同元素（例如，在角落中加上一个圆形来表示太阳）。

后期

4 至 5 ½ 岁

把不同的二维或三维形状组合起来，创作一幅图画或设计（例如，用两块长方形棱柱积木和一块三角形棱柱积木拼成一座房子）。

早期范例

■ 在用形状贴纸制作拼贴画时，一个孩子在中间添加了一个大三角形来代表山，并在天空添加了几颗星星贴纸来表示现在是晚上。教师要求孩子解释图片中的内容和他们使用的形状。

● 一个孩子用不同形状的绒布片为他们和奶奶一起制作的拼布被子设计图案。他们用小圆形做太阳，用较大的圆形来做云朵。

一个孩子将形状按照正方形-三角形-正方形-三角形的模式拼在一起进行设计。

后期范例

■ 用形状贴纸制作拼贴画时，一个孩子在纸的中间贴上一个大的长方形贴纸，作为前墙。然后他们在大长方形上贴一个小长方形和两个圆形，作为门窗。最后，在顶部加上一个三角形，做成屋顶。教师要求孩子解释图片中的内容和他们使用的形状。

● 一个孩子用不同形状的绒布片为他们和奶奶一起制作的拼布被子设计图案。他们用圆形和小长方形拼出了太阳和太阳光线，还把五个三角形拼成了星星。

一个孩子用电脑程序将不同的形状拼成一条鱼。

(接下页)

(续)

基础 4.4 组合形状

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

在用积木搭建农场时，一名儿童将一块长方形积木放在中央，然后用阿拉伯语向同伴描述：“这是农舍”。然后，同伴把小方形积木放在长方形周围，并回应：“这些是奶牛”。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在排灯节 (Diwali)* 庆祝活动中，一个孩子在教师的帮助下制作蓝果丽 (Rangoli)**。他们先在中间画一个圆，然后在圆的周围以对称的方式添加三角形、正方形和线条。

*排灯节是印度宗教（包括印度教、耆那教、锡克教和纽瓦佛教）庆祝的灯节。

**蓝果丽是印度的一种艺术形式，用各种彩色粉末制作出各种图案。在排灯节等印度教节日期间，人们通常会制作蓝果丽。

加深对二维和三维形状的理解

儿童很小就能感知各种形状之间的差异。在学前阶段，孩子们学会利用形状的关键属性（如角或边的数量）来识别形状。他们还学会将形状组合成新的形状、模式和设计。除了使用循证数学课程，并按照特定的范围和顺序开展游戏活动外，教师还可以透过以下方式，在日常互动和例行活动中帮助孩子理解二维和三维形状：

- 提供开放式材料，让幼儿探索、分类和建构各种二维和三维形状。这些材料可包括积木、七巧板以及容器和纸箱等日常用品。
- 在日常互动中提及形状并鼓励使用二维和三维形状的名称。
- 邀请孩子们注意周围环境中不同的形状，例如，开展形状寻宝游戏，寻找圆形的例子。
- 提出问题，鼓励儿童比较形状并讨论其属性，例如，“你怎么知道这个形状是三角形？”“这两个形状有什么不同？”“它们有什么相同之处？”
- 展示每个形状类别的各种范例，包括不太典型的形状版本（例如，不等边三角形、顶点向下的正方形）。要让孩子们了解一个形状的定义属性，他们需要接触该形状的多个不同版本。这将帮助他们理解为什么一个形状是正方形，而另一个是长方形，尽管这两个形状具有相似的属性。
- 邀请孩子们以各种方式创建形状，并将形状组成新的形状、模式或设计。例如，教师可以问：“我们怎样用这些三角形拼出一个正方形？”“你能用这些形状做一朵花吗？”

子分支 - 空间思维

基础 4.5 空间中的位置和方向

早期

3 至 4 ½ 岁

识别物件和人在空间中的一些位置，例如：在里面(in)/在上(on)、在下(under)/在上(over)、向上(up)/向下(down)、里面(inside)/外面(outside)。

后期

4 至 5 ½ 岁

识别物件和人在空间中的位置，包括在里面(in)/在上(on)、在下(under)/在上(over)、向上(up)/向下(down)、里面(inside)/外面(outside)、近(near)/远(far)、旁边(next to)、旁边(beside)/之间(between)、前面(in front of)/后面(behind)。

不同的语言用不同的词来描述空间中的位置和地点。例如，西班牙语用“en”来描述在英语中用“in”或“on”来描述的位置，韩语用“kkita”等动词来描述紧密契合的情况，还有其他几个动词来描述松散的契合，而所有这些词在英语中都被称为“in”。孩子所学的语言会影响他们思考和描述位置和地点的方式。例如，在用英语交流时，母语是西班牙语的孩子可能会说“in the table”而不是“on the table”。

早期范例

■ 在寻宝游戏中，教师让孩子环顾教室，找出坐在长凳上的人。孩子找到了坐在长凳上的泰迪熊，并把它带回给教师。

● 一个孩子问：“我的书呢？”同伴指着桌子说：“在桌子上”。

当教师问“请你把杯子捡起来好吗？，它在桌子下面”，一个孩子会钻到桌子底下。

后期范例

■ 在寻宝游戏中，教师要求孩子环顾教室，找出谁坐在书架和桌子之间。孩子找到了坐在书架和桌子之间的泰迪熊，并把它带回给教师。

● 一个孩子问：“我的书呢？”另一个孩子说：“在那边，积木旁边”。孩子找到了书。

在编织原住民篮子时，孩子按照教师的指导，用手拿柳条上下穿插编织。

(接下页)

■● 匹配图示表示各年龄段范例的一致性

(续)

基础 4.5 空间中的位置和方向

早期
3 至 4½ 岁**早期范例 (续)**

在游戏室中玩耍时，一个孩子用普通话对同伴说：“把饺子*放在锅里”。

当教师说“如果你抬起头，就会看到你的外套”时，一个孩子会抬起头。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例 (续)**

当教师要求一个孩子站在另一个孩子身后时，他会听从指示。

在障碍赛中，一名儿童按照指示从桌下钻过、爬过隧道、跳过地毯。

*饺子是一种用面团包着甜馅或咸馅的中国饺子。



历史 - 社会科学- 上述基础与关于沟通位置和方向的历史 - 社会科学基础 5.2，以及关于理解和使用大小和位置词的基础语言发展基础 1.3 有关。涉及描述位置和方向有关的相关基础已被有意图地包含在所有三个领域。在数学领域，包含这一基础是为了强调儿童对空间概念的理解以及他们就空间位置、地点和方向进行沟通的能力。

基础 4.6 心智旋转

早期

3 至 4 ½ 岁

依靠反复实验来确定物件在空间中的移动方式以及与不同位置的适配程度（例如，透过旋转、翻转或以不同方向平移来尝试将物件放入孔中，直到适合为止）。

后期

4 至 5 ½ 岁

透过旋转、翻转或平移物件来解决问题，而不太依赖物理反复实验法（例如，先旋转物件，再把它放入孔中）。

早期范例

■ 在拼装木制拼图时，孩子会平移每一块拼图，直到拼好为止。

● 孩子用磁力片搭建城堡，但却很难将两块磁力片连接起来。教师拿起一块单独的磁力片说：“有时我被卡住了，我会试着转动磁力片，直到拼好为止”，并示范转动自己的磁力片。然后，孩子转动自己的磁力片，直到与另一块磁力片对齐并连接起来。

当尝试把凳子从房间的一边移到另一边时，孩子会尝试让凳子穿过桌子和书柜之间的缝隙。当孩子发现空间不够大，无法放置凳子时，他们会把凳子推到桌子的另一侧，因为那里空间更大。

后期范例

■ 与同伴一起拼图时，孩子拿起一块拼图，向同伴说：“这块拼图放在这里”。然后，孩子会先转动拼图，再把它放到正确的位置。

● 一个孩子用磁力片搭建城堡。孩子旋转一个三角形磁力片，使其尖端朝下，然后把这个三角形放在另外两个尖朝上的三角形磁力片之间。孩子继续按照三角形尖端上下交替的模式添加磁力片，旋转每块磁力片以符合这个模式。

一个患有脑瘫的孩子在电脑上玩拼图游戏。他们使用箭头键转动形状，然后将其拼好。当出现一个新的形状时，教师会问：“你需要怎么做才能把它拼好？”孩子翻转一次，将其移动到正确的位置。

(接下页)

(续)

基础 4.6 心智旋转

早期
3 至 4½ 岁**早期范例（续）**

垂下纱丽 (sari)*时，孩子会翻转布料，让有装饰的一面朝向正面。教师说：“这是一件漂亮的纱丽。需要帮忙吗？下一步该怎么做？”孩子回答说：“我想让它绕一圈”。在教师的帮助下，他们把纱丽裹在自己身上。

后期
4 至 5½ 岁**后期范例（续）**

在戏剧游戏区玩超市游戏时，一个孩子尝试把一个装牛奶的玩具纸盒放进杂货篮子里，但由于篮子太满，玩具纸盒掉了出来。然后，孩子从篮子里取出所有物品，先把牛奶盒放进去，再把其他物品挤到剩下的空间里。

*纱丽是南亚的一种服装。

术语表

属性。物件或人的特性或特征。对于学前班的孩子来说，大小、颜色和形状等属性是显而易见的，在分组和分类时会用到。

十进制。用于给数字分配位值的数字系统。十进制系统使用数字 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 来代表系统中的所有其他数字（例如，数字 32 表示三个十和两个一）。

基数。这个概念是指数到的最后一个物件数字名称代表了组中物件的总数（所数的物件的数量）。

分类。根据既定标准对物件进行排序、分组或分类。

心智旋转。想象旋转或从不同角度观察物件的形态的能力。

数字符号。用来表示数字的符号。

一对一的对应关系。对于正在计数的一系列物件中的每个物件，仅使用一个数词。

运算。使用加法、减法、乘法或除法计算数值的过程。

模式。根据特定规则重复出现的物件、图片或数字序列。

位值。数字中某一个数字的值。（例如，在数字 427 中，2 位于十位，因此它的位值为 10）。

目测小数量能力。在不实际数数的情况下，快速准确地确定一组少量物件（最多五个物件）数量的能力。

三维形状。具有长、宽、高三个维度的立体图形。

二维形状。具有长和宽两个维度的平面图形。

参考文献和数据来源

- Ashkenazi, S., H. Haber, V. Shemesh, and S. Silverman. 2022. “Early Subitizing Development: The Role of Visuospatial Working Memory.” *European Journal of Education and Pedagogy* 3 (2): 79–85.
- Atinuke. 2017. *Baby Goes to Market*. Somerville, MA: Candlewick Press.
- Baroody, A. J., and M. Lai. 2022. “The Development and Assessment of Counting-Based Cardinal Number Concepts.” *Educational Studies in Mathematics* 111 (2): 185–205.
- Baroody, A. J., M. Lai, and K. S. Mix. 2017. “Assessing Early Cardinal-Number Concepts.” In *Proceedings of the 39th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, edited by E. Galindo and J. Newton. Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Barth, H., K. La Mont, J. Lipton, and E. S. Spelke. 2005. “Abstract Number and Arithmetic in Preschool Children.” In *Proceedings of the National Academy of Sciences* 102 (39): 14116–14121.
- Benoit, L., H. Lehalle, and F. Jouen. 2004. “Do Young Children Acquire Number Words Through Subitizing or Counting?” *Cognitive Development* 19 (3): 291–307.
- Blair, C., and R. P. Razza. 2007. “Relating Effortful Control, Executive Function, and False Belief Understanding to Emerging Math and Literacy Ability in Kindergarten.” *Child Development* 78 (2): 647–663.
- Blevins-Knabe, B. 2016. “Early Mathematical Development: How the Home Environment Matters.” In *Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment*, edited by B. Blevins-Knabe and A. M. Berghout Austin. Switzerland: Springer International Publishing.
- California Department of Education. 2023. *Mathematics Framework for California Public Schools: Kindergarten Through Grade Twelve*. Sacramento, CA: California Department of Education.
- Cankaya, O., J. LeFevre. 2016. “The Home Numeracy Environment: What Do Cross-Cultural Comparisons Tell Us About How to Scaffold Young Children’s Mathematical Skills?” In *Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment*, edited by B. Blevins-Knabe and A. M. Berghout Austin. Switzerland: Springer International Publishing.
- Cankaya, O., J. LeFevre, and K. Dunbar. 2014. “The Role of Number Naming Systems and Numeracy Experiences in Children’s Rote Counting: Evidence from Turkish and Canadian Children.” *Learning and Individual Differences* 32:238–245.

- Chernyak, N., P. L. Harris, and S. Cordes. 2022. “A Counting Intervention Promotes Fair Sharing in Preschoolers.” *Child Development* 93 (5): 1365–1379.
- Chernyak, N., B. Sandham, P. L. Harris, and S. Cordes. 2016. “Numerical Cognition Explains Age-Related Changes in Third-Party Fairness.” *Developmental Psychology* 52 (10): 1555.
- Cheung, P., M. Rubenson, and D. Barner. 2017. “To Infinity and Beyond: Children Generalize the Successor Function to All Possible Numbers Years After Learning to Count.” *Cognitive Psychology* 92:22–36.
- Claessens, A., and M. Engel. 2013. “How Important Is Where You Start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success.” *Teachers College Record* 115 (6): 1–29.
- Clark, C. A. C., V. E. Pritchard, and L. J. Woodward. 2010. “Preschool Executive Functioning Abilities Predict Early Mathematics Achievement.” *Developmental Psychology* 46 (5): 1176–1191.
- Clements, D. H. 1999. “Subitizing: What Is It? Why Teach It?” *Teaching Children Mathematics* 5 (7): 400–405.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2000. “Young Children’s Ideas About Geometric Shapes.” *Teaching Children Mathematics* 6 (8): 482–488.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2015. “Discussion from a Mathematics Education Perspective.” *Mathematical Thinking and Learning* 17 (2–3): 244–252.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2021. *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. 3rd ed. New York, NY: Routledge.
- Clements, D. H., S. Swaminathan, M. A. Z. Hannibal, and J. Sarama. 1999. “Young Children’s Concepts of Shape.” *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (2): 192–212.
- Dillon, M. R., V. Izard, and E. S. Spelke. 2020. “Infants’ Sensitivity to Shape Changes in 2D Visual Forms.” *Infancy* 25 (5): 618–639.
- Duncan, G. J., C. J. Dowsett, A. Claessens, K. Magnuson, A. C. Huston, P. Klebanov, L. S. Pagani, L. Feinstein, M. Engel, J. Brooks-Gunn, H. Sexton, K. Duckworth, and C. Japel. 2007. “School Readiness and Later Achievement.” *Developmental Psychology* 43 (6): 1428.
- Fox, J. 2005. “Child-Initiated Mathematical Patterning in the Pre-Compulsory Years.” In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 2:313–320.

- Frick, A., M. A. Hansen, and N. S. Newcombe. 2013. “Development of Mental Rotation in 3- to 5-Year-Old Children.” *Cognitive Development* 28 (4): 386–399.
- Frick, A., and N. S. Newcombe. 2012. “Getting the Big Picture: Development of Spatial Scaling Abilities.” *Cognitive Development* 27 (3): 270–282.
- Gal, H., and L. Linchevski. 2010. “To See or Not to See: Analyzing Difficulties in Geometry from the Perspective of Visual Perception.” *Educational Studies in Mathematics* 74 (2): 163–183.
- Galindo, C., S. Sonnenschein, and A. Montoya-Ávila. 2019. “Latina Mothers’ Engagement in Children’s Math Learning in the Early School Years: Conceptions of Math and Socialization Practices.” *Early Childhood Research Quarterly* 47:271–283.
- García, O., and L. Wei. 2014. *Translanguaging: Language, Bilingualism and Education*. New York, NY: Palgrave Macmillan.
- Ginsburg, H. P. 2006. “Mathematical Play and Playful Mathematics: A Guide for Early Education. In *Play = Learning: How Play Motivates and Enhances Children’s Cognitive and Social-Emotional Growth*, edited by D. G. Singer, R. M. Golinkoff, and K. Hirsh-Pasek. New York, NY: Oxford University Press.
- Gundersheimer, Ben. 2019. *Señorita Mariposa*. New York, NY: Nancy Paulsen Books.
- Gunderson, E. A., and S. C. Levine. 2011. “Some Types of Parent Number Talk Count More Than Others: Relations Between Parents’ Input and Children’s Cardinal-Number Knowledge.” *Developmental Science* 14 (5): 1021–1032.
- Hawes, Z., D. Tepylo, and J. Moss. 2015. “Developing Spatial Thinking.” In *Spatial Reasoning in the Early Years: Principles, Assertions, and Speculations*, edited by B. Davis and the Spatial Reasoning Study Group. New York, NY: Routledge.
- Huttenlocher, J., M. Vasilyeva, N. Newcombe, and S. Duffy. 2008. “Developing Symbolic Capacity One Step at a Time.” *Cognition* 106 (1): 1–12.
- Johnson, N. C., A. C. Turrou, B. G. McMillan, M. C. Raygoza, and M. L. Franke. 2019. “‘Can You Help Me Count These Pennies?’ : Surfacing Preschoolers’ Understandings of Counting.” *Mathematical Thinking and Learning* 21 (4): 237–264.
- Jordan, N. C., D. Kaplan, C. Ramineni, and M. N. Locuniak. 2009. “Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes.” *Developmental Psychology* 45 (3): 850.
- Knudsen, B., M. Fischer, A. Henning, and G. Aschersleben. 2015. “The Development of Arabic Digit Knowledge in 4- to 7-Year-Old Children.” *Journal of Numerical Cognition* 1 (1): 21–37.

- Langhorst, P., A. Ehlert, and A. Fritz. 2012. “Non-numerical and Numerical Understanding of the Part–Whole Concept of Children Aged 4 to 8 in Word Problems.” *Journal für Mathematik-Didaktik* 33 (2): 233–262.
- Lehrl, S., K. Kluczniok, and H. G. Rossbach. 2016. “Longer-Term Associations of Preschool Education: The Predictive Role of Preschool Quality for the Development of Mathematical Skills Through Elementary School.” *Early Childhood Research Quarterly* 36:475–488.
- Levine, S. C., L. W. Suriyakham, M. L. Rowe, J. Huttenlocher, and E. A. Gunderson. 2010. “What Counts in the Development of Young Children’ s Number Knowledge?” *Developmental Psychology* 46 (5): 1309.
- MacDonald, B. L., and J. L. Wilkins. 2019. “Subitising Activity Relative to Units Construction: A Case Study.” *Research in Mathematics Education* 21 (1): 77–95.
- Mark, W., and A. Dowker. 2015. “Linguistic Influence on Mathematical Development Is Specific Rather Than Pervasive: Revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English Children.” *Frontiers in Psychology* 6:203.
- Melhuish, E. C., M. B. Phan, K. Sylva, P. Sammons, I. Siraj - Blatchford, and B. Taggart. 2008. “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64 (1): 95–114.
- Melhuish, E. C., K. Sylva, P. Sammons, I. Siraj-Blatchford, B. Taggart, M. B. Phan, and A. Malin. 2008. “Preschool Influences on Mathematics Achievement.” *Science* 321 (5893): 1161–1162.
- Muldoon, K. P., C. Lewis, and B. Francis. 2007. “Using Cardinality to Compare Quantities: The Role of Social–Cognitive Conflict in Early Numeracy.” *Developmental Science* 10 (5): 694–711.
- Navajo People. 2023. Navajo Rugs. <https://navajopeople.org/navajo-rugs.htm>.
- Nguyen, T., T. W. Watts, G. J. Duncan, D. H. Clements, J. S. Sarama, C. Wolfe, and M. E. Spitler. 2016. “Which Preschool Mathematics Competencies Are Most Predictive of Fifth Grade Achievement?” *Early Childhood Research Quarterly* 36:550–560.
- Öcal, T., and M. Halmatov. 2021. “3D Geometric Thinking Skills of Preschool Children.” *International Journal of Curriculum and Instruction* 13 (2): 1508–1526.
- Pagliaro, C. M., and K. L. Kritzer. 2013. “The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-Aged Deaf/Hard-of-Hearing Children.” *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education* 18 (2): 139–160.

- Paik, J. H., L. van Gelderen, M. Gonzales, P. F. de Jong, and M. Hayes. 2011. “Cultural Differences in Early Math Skills Among U.S., Taiwanese, Dutch, and Peruvian Preschoolers.” *International Journal of Early Years Education* 19 (2): 133–143.
- Pixner, S., V. Dresen, and K. Moeller. 2018. “Differential Development of Children’s Understanding of the Cardinality of Small Numbers and Zero.” *Frontiers in Psychology* 9:1636.
- Pruden, S. M., S. C. Levine, and J. Huttenlocher. 2011. “Children’s Spatial Thinking: Does Talk About the Spatial World Matter?” *Developmental Science* 14 (6): 1417–30.
- Purpura, D. J., S. A. Schmitt, and C. M. Ganley. 2017. “Foundations of Mathematics and Literacy: The Role of Executive Functioning Components.” *Journal of Experimental Child Psychology* 153:15–34.
- Ringgold, F. 2004. *Cassie’s Word Quilt*. New York, NY: Alfred A. Knopf.
- Rittle-Johnson, B., E. R. Fyfe, L. E. McLean, and K. L. McEldoon. 2013. “Emerging Understanding of Patterning in 4-Year-Olds.” *Journal of Cognition and Development* 14 (3): 376–396.
- Santos, S., and S. Cordes. 2022. “Math Abilities in Deaf and Hard of Hearing Children: The Role of Language in Developing Number Concepts.” *Psychological Review* 129 (1): 199–211.
- Sarnecka, B. W., and S. Carey. 2008. “How Counting Represents Number: What Children Must Learn and When They Learn It.” *Cognition* 108 (3): 662–674.
- Sarnecka, B. W., J. Negen, and M. C. Goldman. 2018. “Early Number Knowledge in Dual-Language Learners from Low-SES Households.” In *Language and Culture in Mathematical Cognition*, edited by D. B. Berch, D. C. Geary, and K. M. Koepke. San Diego, CA: Elsevier Academic Press.
- Sarnecka, B. W., and C. E. Wright. 2013. “The Idea of an Exact Number: Children’s Understanding of Cardinality and Equinumerosity.” *Cognitive Science* 37 (8): 1493–1506.
- Shusterman, A., and P. Li. 2016. “Frames of Reference in Spatial Language Acquisition.” *Cognitive Psychology* 88:115–161.
- Sinclair, N., and J. Moss. 2012. “The More It Changes, the More It Becomes the Same: The Development of the Routine of Shape Identification in Dynamic Geometry Environment.” *International Journal of Educational Research* 51–52:28–44.

- Smidts, D. P., R. Jacobs, and V. Anderson. 2004. “The Object Classification Task for Children (OCTC): A Measure of Concept Generation and Mental Flexibility in Early Childhood.” *Developmental Neuropsychology* 26 (1): 385–401.
- Starkey, G. S., and B. D. McCandliss. 2014. “The Emergence of ‘Groupitizing’ in Children’s Numerical Cognition.” *Journal of Experimental Child Psychology* 126:120–137.
- Stephan, M., and D. H. Clements. 2003. “Linear and Area Measurement in Prekindergarten to Grade 2.” In *Learning and Teaching Measurement*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Szilágyi, J., D. H. Clements, and J. Sarama. 2013. “Young Children’s Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory.” *Journal for Research in Mathematics Education* 44 (3): 581–620.
- Thronsdon, J., B. MacDonald, and J. Hunt. 2017. “Developing a Kindergartener’s Concept of Cardinality.” *Australian Primary Mathematics Classroom* 22 (2): 21–25.
- Tsamir, P., D. Tirosh, E. S. Levenson, R. Barkai, and M. Tabach. 2017. “Repeating Patterns in Kindergarten: Findings from Children’s Enactments of Two Activities.” *Educational Studies in Mathematics* 96 (1): 83–99.
- Verdine, B. N., R. M. Golinkoff, K. Hirsh-Pasek, and N. Newcombe. 2017. *Links Between Spatial and Mathematical Skills Across the Preschool Years*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Verdine, B. N., K. R. Lucca, R. M. Golinkoff, K. Hirsh-Pasek, and N. S. Newcombe. 2016. “The Shape of Things: The Origin of Young Children’s Knowledge of the Names and Properties of Geometric Forms.” *Journal of Cognition and Development* 17 (1): 142–161.
- Wagner, K., K. Kimura, P. Cheung, and D. Barner. 2015. “Why Is Number Word Learning Hard? Evidence from Bilingual Learners.” *Cognitive Psychology* 83:1–21.
- Wijns, N., J. Torbeyns, M. Bakker, B. De Smedt, and L. Verschaffel. 2019. “Four-Year Olds’ Understanding of Repeating and Growing Patterns and Its Association with Early Numerical Ability.” *Early Childhood Research Quarterly* 49:152–163.
- Wynn, K. 1992. “Children’s Acquisition of the Number Words and the Counting System.” *Cognitive Psychology* 24 (2): 220–251.
- Xu, F., and E. S. Spelke. 2000. “Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants.” *Cognition* 74 (1): B1–B11.

- Yun, C., A. Havard, D. C. Farran, M. W. Lipsey, C. Bilbrey, and K. G. Hofer. 2011. “Subitizing and Mathematics Performance in Early Childhood.” In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society* 33.
- Zhang, X., C. Chen, T. Yang, and X. Xu. 2020. “Spatial Skills Associated with Block-Building Complexity in Preschoolers.” *Frontiers in Psychology* 11:563493.
- Zosh, J. M., E. J. Hopkins, H. Jensen, C. Liu, D. Neale, K. Hirsh-Pasek, S. L. Solis, and D. Whitebread. 2017. *Learning Through Play: A Review of the Evidence*. Billund, Denmark: LEGO Foundation.