

加州學前/過渡幼稚園

學習 基礎

數學



普及學前教育



適合中心式、家庭式和過渡
幼稚園環境中的
三歲至五歲半兒童

目錄

簡介	3
數學領域的組織	4
分支和子分支	4
基礎陳述	5
年齡階段	5
範例	5
兒童早期數學學習的多樣性	6
教師如何支持兒童的早期數學學習	8
在例行活動、日常互動和遊戲中探索	9
利用開放式材料營造富吸引力的環境	9
有意義的調查和與家庭聯繫的機會	10
尾注	11
數學領域中的學前/過渡幼稚園學習基礎	13
數學實踐	13
分支：1.0 - 數數和基數	16
子分支 - 數數原則	16
基礎 1.1 背誦數字	16
基礎 1.2 一對一的對應關係	18
基礎 1.3 基數	20
子分支 - 識別數量	23
基礎 1.4 目測小數量能力	23
子分支 - 識別數字符號	24
基礎 1.5 識別數字符號	24
子分支 - 數目之間的關係	25
基礎 1.6 比較數目	25

分支：2.0 - 運算和代數思維	26
子分支 - 數的運算	26
基礎 2.1 加減法法則	26
基礎 2.2 數字組合與分解	29
基礎 2.3 解決加減法問題	32
基礎 2.4 分享物件 (除法)	34
子分支 - 分類和模式	36
基礎 2.5 排序和分類	36
基礎 2.6 識別、複製和擴展模式	38
基礎 2.7 創建模式	40
分支：3.0 - 測量和數據	43
子分支 - 物件比較和排序	43
基礎 3.1 比較物件可衡量的屬性	43
基礎 3.2 給物件排序	45
基礎 3.3 測量長度	47
子分支 - 數據	50
基礎 3.4 表示數據	50
基礎 3.5 解讀數據	52
分支：4.0 - 幾何與空間思維	54
子分支 - 形狀	54
基礎 4.1 識別二維形狀	54
基礎 4.2 識別三維形狀	56
基礎 4.3 比較二維形狀	57
基礎 4.4 組合形狀	58
子分支 - 空間思維	61
基礎 4.5 空間中的位置和方向	61
基礎 4.6 心智旋轉	63
術語表	65
參考文獻和資料來源	66

簡介

兒童天生就有探索數學概念的能力和興趣。¹ 透過與成年人和周圍環境的互動，兒童在早期階段會探索數量、形狀和大小等概念，並在數數、分類、排序、收集數據和空間思維等方面積累經驗。早期數學技能是兒童學業成功的最重要因素之一。² 幼兒發展的數學概念和技能為他們小學階段的數學學習奠定了基礎。³



學前和過渡幼稚園學習基礎 (PTKLF) 為加州的所有早期教育計劃提供指導，包括過渡幼稚園 (TK)、聯邦和州立學前教育計劃（如加州州立學前計劃、啟蒙計劃）、私立學前教育和家庭托兒所，針對 3 至 5 歲半兒童通常會在參加優質早期教育計劃時掌握的各種數學知識和技能提供指導。教師可利用 PTKLF 來指導他們的觀察，為兒童設定學習目標，並規劃適合兒童發展的、公平的、具包容性實踐，包括

如何設計學習環境和打造學習體驗，以促進兒童在數學領域的學習和發展。早期教育計劃可以利用 PTKLF 來選擇和實施與 PTKLF 相一致的課程，指導選擇與 PTKLF 相一致的評估，為教育工作者設計和提供專業發展和輔導計劃，以支持理解和有效使用 PTKLF，並加強學前至三年級 (P-3) 數學學習目標和實踐方面的連續性。

數學領域的組織

分支和子分支

數學 PTKLF 的內容分為多個分支和子分支，分別涉及數學知識和技能發展的關鍵領域。

- **數數和基數：** 該分支描述了兒童背誦數字、使用**一對一的對應關係**以及理解**基數**概念的能力。它還描述了兒童在不數數的情況下識別少量物件的數量（**目測小數量能力**）、比較數量和識別**數字符號**的能力。
- **運算和代數思維：** 該分支描述了兒童解決簡單算術問題的能力，以及對添加、組合、拆分、拿走和分享等概念進行推理的能力。此外，該分支還描述了兒童按**突出屬性**對物件進行排序或**分類**的能力。
- **測量和數據：** 該分支描述了幼兒對如何透過各種屬性（如長度、重量或容量）對物件進行比較、排序和測量的理解。關於數據的基礎課程描述了幼兒收集、代表和解讀數據的能力。
- **幾何與空間思維：** 該分支描述了兒童透過注意形狀的屬性（如點或邊）來識別、描述和比較**二維和三維形狀**的能力。該分支還描述了兒童使用空間詞彙識別空間中物件的位置和方向的能力，以及在頭腦中旋轉、翻轉或平移物件來解決問題的能力（如旋轉拼圖塊）。

數學領域的組織結構與加州數學共同核心州立標準 [California Common Core State Standards in Mathematics] 相一致。⁴ 這種統一的標準使教師能夠將兒童在學前階段所掌握的知識、技能和行為與他們在幼稚園及以後的學習內容聯繫起來。此外，數學基礎課程還包括數學實踐，它描述了使兒童能夠發展數學知識和技能的各類行為和態度。數學實踐與加州共同核心標準中列出的數學實踐標準相同，但增加了一些說明，為教師提供背景知識，說明如何將這些實踐應用於幼兒。

基礎陳述

在數學領域的每個子分支中，均有單獨的基礎陳述，描述了兒童在高品質的早期教育計劃中應展現的能力（知識和技能）。兒童在家庭、學校和社區環境中在不同時間以不同方式發展這些能力。基礎陳述旨在幫助教師確定他們可以支持哪些學習機會。

年齡階段

基於年齡的基礎陳述描述了兒童因其在數學方面的經歷和獨特發展歷程通常可能知道和能夠做到的事情。這些陳述分為兩個重疊的年齡範圍，充分認識到每個孩子在早年的發展都是隨著不同時間點在不同領域透過快速發展期和技能鞏固期來逐步達到的：

- 「早期基礎」涵蓋三至四歲半兒童通常表現出的知識和技能。
- 「後期基礎」涵蓋四至五歲半兒童通常表現出的知識和技能。

範例

對於任何特定基礎的每個階段，都有範例說明兒童以多元化方式展示其知識和技能。早期和後期基礎階段的範例表明這些知識和技能隨著時間的推移而發展。每項基礎的前一個或兩個範例在早期和後期年齡階段保持一致。範例表明了兒童如何在日常例行活動、學習經歷以及與成年人和同伴的互動中展示其不斷發展的技能或知識。範例還顯示了兒童如何在不同背景下，無論室內還是室外，在全天的一系列活動中以多樣化的方式展示他們不斷發展的技能。

多語言學習者擁有在家庭和社區關係中發展起來的基礎語言能力。在早期教育計劃中使用他們的家庭語言是一種強有力的工具，可以增強兒童的歸屬感、建立與現有知識的聯繫、並促進與家庭和社區更深層次的聯繫。多語言學習者的家庭語言範例說明

了在早期教育計劃中，多語言兒童如何透過在學習和與同伴及成年人的日常互動中使用家庭語言進一步發展這些基礎能力。在教師可能無法流利使用兒童家庭語言的情況下，可以採取各種策略來鼓勵多語言學習者使用其家庭語言，讓他們充分發揮自己的語言能力。為了促進溝通和理解，教師可以與講孩子家庭語言的工作人員或家庭志願者合作。教師還可以利用口譯員和翻譯技術工具與家人溝通，深入瞭解孩子的知識和能力。所有教師都應與家人溝通，讓他們瞭解雙語言的好處，以及家庭語言是如何為英語語言發展奠定重要基礎的。教師還應鼓勵家人倡導孩子繼續發展其家庭語言，以此作為整體學習的資產。

一些範例包括，當兒童的基礎知識和技能向下一個水平發展時，教師如何為他們提供支持。教師可能會提出開放式問題，透過提出建議或提示為學習提供鷹架式支持，或者對孩子的做法做出評價。這些範例應有助於教師判斷孩子的發展水平，考慮如何在他們現有的技能水平上支持他們的發展，並在此基礎上向下一個技能水平邁進。此外，雖然這些範例可以為教師提供寶貴的想法，讓他們知道如何在兒童建立數學知識或技能的過程中支持兒童的學習和發展，但教師支持兒童在這一領域的學習和發展時可以採用多種不同策略，這些只是其中的一小部分。在本簡介的最後，「教師如何支持兒童的早期數學學習」一節講述了如何支持兒童的數學學習和發展的方法。此外，在整個基礎中還嵌入了提示框，顯示教學提示和策略，以指導該領域的實踐。

兒童早期數學學習的多樣性

兒童在進入早期教育計劃時，帶著基於他們的家庭和社區環境以及與數學相關的家庭價值觀的各種數學經驗。家庭和社區的傳統和日常例行活動為兒童提供了自然發展數學思維的機會。例如，編織地毯是原住民部族和部落社區的一項重要習俗。編織地毯

需要在織布機上用各種顏色的紗線編織複雜的圖案，讓兒童接觸到**模式**、形狀和測量等數學概念。⁵ 教師應充分利用兒童家庭和社區生活中的數學機會，透過對兒童有意義的文化活動、傳統和日常例行活動，為兒童提供學習體驗，讓他們能夠進行數學思考。

兒童的語言背景會影響他們學習和表達數學概念的方式。各種語言在表達數學概念（包括數字命名系統）的方式上各不相同。例如，在中文或日語等語言的數字系統中，數詞直接映射到**十進制**結構上（例如，中文中「11」相當於「十一」）；因此，超過 10 的數字詞的含義是顯而易見的。英語和西班牙語等語言的數詞系統則不那麼明顯。這些語言中的一些數詞並不能清晰地映射到十進制結構（例如，英語中「11」的單詞是「eleven」）。這些各種各樣的數詞系統會影響兒童學習數數的方式。研究表明，中文、日語或阿拉伯語等語言的數字系統更透明，學習這些語言的兒童在學習背誦數字，尤其是 10 後面的數字時可能更容易，至少在開始階段是這樣。⁶

多語言學習者可能會用一種以上的語言學習和交流數學概念。然而，幼兒用各種語言表達數學知識的難易程度取決於幼兒在每種語言中的經驗和接受多少數學教學。⁷ 例如，針對多語言兒童數數技能的研究表明，在兒童剛開始學習背誦數字時，他們在各種語言中可能表現出不同的計數水準（例如，一個兒童可能用英語背誦到 10 的數字，但用西班牙語只能背誦到 6）。不過，這項研究也發現，一旦兒童對基數有了一定的理解，他們就能用任何一種語言來表述這一知識。⁸ 這表明，多語言兒童在使用數學語言（如數字詞匯）的熟練程度上可能會表現出差異，但他們可以用自己掌握的所有語言來表達新的數學知識。透過與家庭合作，教師可以檢查兒童在家庭語言中對數學的理解情況。

發展差異和不同的需求也會影響兒童學習數學概念和技能的速度，並且可能需要教師提供額外的支持。例如，听力障礙會影響兒童學習數數、測量、模式和解決問題的方式。⁹ 研究表明，失聰或重聽兒童學習背誦數字的時間往往比同齡兒童要晚，部分原因是他們學習數學語言的經驗可能較少，因此學習數數的機會也較少。¹⁰ 如果提供適

當的支持和調整，包括環境調整（如改變座位或儘量減少干擾）、材料調整（如使用科技和適應性設備）和教學調整（如不同的溝通模式和示範），所有兒童都能展示他們的數學知識。對於殘疾兒童，教師應參考個別化教育計劃 (IEP)，並定期與兒童的 IEP 團隊溝通，以協助做出調整。

同樣重要的是要考慮到，兒童可能會透過語言、非語言手勢、手語和其他溝通方式（如圖片交換溝通系統或電子輔助技術溝通設備）等各種方式來表達他們的理解。教師應與由教師、治療師、職業治療師和心理學家組成的團隊合作，為兒童提供各種方法，讓他們充分參與數學任務，並鼓勵兒童以各種語言和非語言方式表達自己的想法。

教師如何支持兒童的早期數學學習

幼兒教師在幫助幼兒發展數學概念和技能方面起著舉足輕重的作用。學齡前兒童受益於定期、有系統、規劃好、有具體學習目標的數學活動，這些活動可以是循證課程的一部分，具有一定的範圍和順序。在遊戲、日常例行活動和日常互動中，他們有各種各樣的機會去解決問題、探索開放式材料和練習數學語言，從而受益匪淺。研究表明，在家庭和早期教育計劃中經歷過豐富數學環境的孩子，在小學的數學表現更好。¹¹

「教師」是指在早期教育計劃中負責教育和照顧兒童的成年人（例如，主導老師、助理教師、幼兒照顧者），包括加州州立學前計劃、過渡幼稚園計劃、啟蒙計劃、其他中心式計劃以及家庭托兒所。

在例行活動、日常互動和遊戲中探索

數學體現在兒童生活的許多方面。兒童可以透過日常例行活動（如進餐時間、購物、擺放餐具）、與同伴和成年人的互動以及遊戲來學習數學概念。遊戲為兒童參與數學思考和解決問題（例如，決定如何將四個貝殼平均分給兩個同伴）提供了有意義和愉快的機會。在遊戲過程中，兒童可以將看似抽象的概念與現實世界的經驗聯繫起來，從而發展更深層次的數學概念的理解（例如，透過遊戲，兒童開始理解分享是除法在現實世界中的範例）。¹² 教師可透過邀請幼兒解決他們在遊戲中遇到的問題，並提出開放式問題來擴展和加深他們的學習（例如，「你怎麼知道你們倆的貝殼數量相同？」）。

例行活動、日常互動和遊戲也為教師提供了向幼兒介紹相關的數學語言的機會。在家庭或課堂語言中示範富有數學內容的溝通，有助於兒童理解數學詞彙與他們正在探索的概念如何相關聯。例如，當孩子們在用積木搭塔時，教師可以示範如何使用「高」、「更高」和「最高」等詞彙。此外，鼓勵幼兒用多種方式表達他們對數學概念的理解，如使用具體物件、詞語、手勢、圖畫和符號等，都會讓幼兒從中受益。

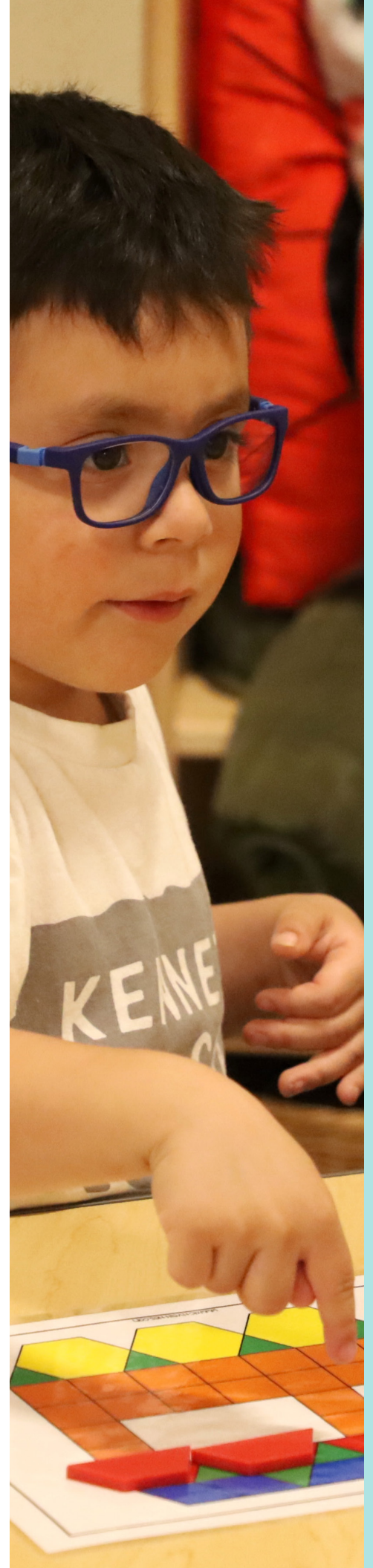
利用開放式材料營造富吸引力的環境

擁有多樣化、開放式材料的學習環境可讓兒童在教師計劃的數學活動中探索數學概念和發展重要的數學技能，這些活動是循證數學課程、日常互動和遊戲的一部分。大小、形狀或顏色等屬性各異的開放式材料可讓兒童練習分類、創建模式、測量和組合形狀。這些材料的開放性還有助於擁有多元化背景、技能水準和興趣的兒童參與數學學習。在有條件的情況下，還可以利用科技以新的方式來表現數學問題和數學概念，例如讓孩子們在電腦上完成拼圖或玩形狀匹配遊戲。因此，為兒童提供各種促進數學探索的物品和材料，對他們的數學學習至關重要。

有意義的調查和與家庭聯繫的機會

應鼓勵幼兒追隨自己的興趣，就日常例行活動和互動中遇到的數學概念提出問題。當數學概念在有意義、相關和個人化的情境中呈現時，幼兒可以更深入地探索數學概念。教師培養兒童興趣的方法之一是將兒童的家庭語言、文化、種族和族裔背景融入數學學習體驗中。例如，教師可以決定在準備文化食物時，介紹一些讓幼兒學習數學技能的方法（如在準備文化菜餚時進行測量）。

鑒於家庭在兒童的數學學習中扮演著重要角色，¹³教師可以從家庭中瞭解數學是如何成為家庭與幼兒日常生活的一部分的，並在幼兒課堂中借鑒這些經驗。教師還可以讓家庭和社區參與到兒童的數學學習中來，並提供將數學融入日常生活和家庭例行活動的建議（例如，在買菜時數數、在做飯時測量、在洗衣服時分類）。



尾注

- 1 M.R. Dillon, V. Izard, and E. S. Spelke, “Infants’ Sensitivity to Shape Changes in 2D Visual Forms,” *Infancy* 25, no. 5 (September 2020): 618–639; F. Xu and E. S. Spelke, “Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants,” *Cognition* 74 (January 2000): B1–B11.
- 2 G.J. Duncan et al., “School Readiness and Later Achievement.” *Developmental Psychology* 43, no. 6 (November 2007): 1428; A. Claessens and M. Engel, “How Important Is Where You Start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success,” *Teachers College Record* 115, no. 6 (June 2013): 1–29; T. Nguyen et al., “Which Preschool Mathematics Competencies Are Most Predictive of Fifth Grade Achievement?” *Early Childhood Research Quarterly* 36 (3rd quarter 2016): 550–560.
- 3 Nguyen et al., “Which Preschool Mathematics Competencies,” 550–560; N. C. Jordan et al., “Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes,” *Developmental Psychology* 45, no. 3 (June 2009): 850.
- 4 The Mathematics domain also aligns with *Mathematics Framework for California Public Schools: Kindergarten Through Grade Twelve*. Relevant Content Connections (CCs) in Transitional Kindergarten (with Big Ideas in parentheses) include Reasoning with Data (Measure and Order, Look for Patterns), Exploring Quantities (Measure and Order, Count to 10), Taking Wholes Apart, Putting Parts Together (Create Patterns, Look for Patterns, See and Use Shapes), and Discovering Shape and Space (See and Use Shapes, Make and Measure Shapes, Shapes in Space).
- 5 Navajo People, Navajo Rugs, 2023, <https://navajopeople.org/navajo-rugs.htm>.
- 6 O.Cankaya, J. LeFevre, and K. Dunbar, “The Role of Number Naming Systems and Numeracy Experiences in Children’s Rote Counting: Evidence from Turkish and Canadian Children,” *Learning and Individual Differences* 32 (May 2014): 238–245; W. Mark and A. Dowker, “Linguistic Influence on Mathematical Development Is Specific Rather Than Pervasive: Revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English Children,” *Frontiers in Psychology* 6 (February 2015): 203.
- 7 B.W. Sarnecka, J. Negen, and M. C. Goldman, “Early Number Knowledge in Dual-Language Learners from Low-SES Households,” in *Language and Culture in Mathematical Cognition*, eds. D. B. Berch, D. C. Geary, and K. M. Koepke. (San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2018), 197–227.
- 8 K.Wagner et al., “Why Is Number Word Learning Hard? Evidence from Bilingual Learners,” *Cognitive Psychology* 83 (December 2015): 1–21.
- 9 C.M. Pagliaro and K. L. Kritzer, “The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-Aged Deaf/Hard-of-Hearing Children,” *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education* 18, no. 2 (January 2013): 139–160.

- 10 S.Santos and S. Cordes, “Math Abilities in Deaf and Hard of Hearing Children: The Role of Language in Developing Number Concepts,” *Psychological Review* 129, no. 1 (August 2022): 199–211.
- 11 E.C. Melhuish et al., “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64, no.1 (March 2008): 95–114.; S. Lehl, K. Kluczniok, and H. G. Rossbach, “Longer-Term Associations of Preschool Education: The Predictive Role of Preschool Quality for the Development of Mathematical Skills Through Elementary School,” *Early Childhood Research Quarterly* 36 (2nd quarter 2016): 475–488.
- 12 J.M. Zosh et al., *Learning Through Play: A Review of the Evidence* (Billund, Denmark: LEGO Foundation, 2017), 1–40.
- 13 E.C. Melhuish et al., “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64, no.1 (March 2008): 95–114.; C. Galindo, S. Sonnenschein, and A. Montoya-Ávila, “Latina Mothers’ Engagement in Children’s Math Learning in the Early School Years: Conceptions of Math and Socialization Practices,” *Early Childhood Research Quarterly* 47 (2nd quarter 2019): 271–283.

數學領域中的學前/過渡幼稚園學習基礎

數學實踐

數學實踐描述了兒童的哪些行為和素質能使其發展數學知識和技能。這些數學實踐與共同核心標準中的數學實踐相同，但增加了說明，說明如何將這些實踐用於幼兒。

教師可透過提供豐富的學習環境支持兒童發展數學實踐中描述的技能 and 素質。這樣的環境讓兒童在日常活動以及循證數學課程中有意圖地規劃的學習體驗中，應用推理和解決問題的技能進行有意義的數學探索。教師還可以示範使用適當的數學工具（如尺子）、模型（如地圖）或策略（如用手指做加法）來說明解決數學問題的各種方法。此外，透過提出開放式的問題，教師可以引導兒童注意模式或規則，鼓勵兒童解釋他們的推理，並幫助兒童將抽象的數學概念（如「拿走」）與日常情境（如給同伴一些汽車，然後查明還剩多少輛汽車）聯繫起來。

適用於 3 至 5 ½ 歲兒童（學前班和過渡幼稚園）的數學實踐。

1. 理解問題並堅持不懈地解決問題。

運用數學思維解決日常活動和互動中的問題。堅持不懈地嘗試各種方法來解決問題。

2. 進行抽象和定量推理。

利用具體事物（如「我有兩輛汽車，你有兩輛汽車。我們一共有四輛汽車」）對抽象的數學概念（如數量、相等）進行推理。隨著時間的推移，以更抽象的方式與數學問題建立聯繫（例如，二加二等於四）。

3. 建構可行的論證並對他人的推理進行評判。

建構有關解決方法的論證，解釋推理，並對他人的解決方法進行批判性思考。

4. 用數學建模。

使用模型（如圖畫、構造、用自己的身體建模）來說明思考過程和解決數學問題。

5. 有策略地使用適當的工具。

使用各種工具解決數學問題（例如，一根繩子、一把尺子或一個秤來對物件進行測量或排序）。

6. 注意精確性。

更精確地應用數學技能（如數數、比較、加法、減法）。

7. 尋找並利用結構。

認識數學中的結構和規則（例如，所有三角形都有三條邊）。

8. 在重複推理中尋找並表達規律性。

注意數學中的模式和規律（例如，整數加一是數字表中的下一個數字）。

兒童透過語言和非語言等多種方式傳達他們的數學知識和技能。他們的溝通方式可能包括用自己的家庭語言、教學語言或多種語言的口頭溝通，或使用輔助性和替代性溝通設備。也可能包括非語言的溝通方式，如使用不同材料繪畫和製作模型，或透過動作、行為或角色扮演來表達。



分支：1.0 - 數數和基數

子分支 - 數數原則

基礎 1.1 背誦數字

早期

3 至 4 ½ 歲

按順序背誦從一到十或更大的數字，只有少數幾處錯誤。

後期

4 至 5 ½ 歲

按順序背誦從一到三十的數字，只有少數幾處錯誤。從一以外的數字開始向前數。

不同語言的數字命名系統各不相同。某些語言，如中文或日語，其數字系統中的數詞直接映射到十進制的計數結構上（例如，中文中「11」相當於「十一」），因此，超過 10 的數詞的含義比較明顯，最初可能比較容易學習。而在英語和西班牙語等語言中，有些數詞並不能清晰地映射到十進制結構（例如，英語中 11 的單詞是「eleven」）。鑒於這些數字命名系統的差異，兒童用某些語言學習背誦數字可能比其他語言更容易。

早期範例

■ 在遊戲過程中，一個孩子背誦「一、二、三、四、五、七、九、十」。教師說：「我們再試一次，一起數到 10。一……」孩子也加入進來，一起數到 10。

● 當教師問孩子：「五後面是什麼？」，孩子數道：「一、二、三、四、五、六！是六！」

一名聾啞兒童用美國手語背誦數字 1 到 10。

後期範例

■ 在遊戲過程中，一個孩子背誦了 1 到 20，但忘記了說 14。教師說：「哎呀，我想你忘了一個數字。讓我們從 10 開始重新數。十、十一……」孩子也加入進來，和教師一起數。

● 當教師問孩子：「11 後面是什麼？」，孩子回答：「12」。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 1.1 背誦數字

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

教師告訴一個孩子：「讓我們邊洗手邊數到 10。一……」孩子一邊洗手一邊和教師一起數到 10。

一個孩子一邊用西班牙語唱歌，一邊背誦 1 到 12。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

一個孩子開始盡可能地數數，數到 29 後，他們會說：「二十十」。然後教師進行引導，說：「29 後是 30」。孩子繼續數，在教師的幫助下數到下一個十 (40) 就停下來。

在排隊等候出門的時候，教師問每個人是否都能數到 20。教師鼓勵一名有殘疾的兒童使用他們的溝通設備來數數。孩子使用他們的溝通設備背誦數字 1 到 20。

基礎 1.2 一對一的對應關係

早期

3 至 4 ½ 歲

用一對一的對應關係數出五個或五個以上的物件（每個數詞對應一個物件）。

早期範例

- 在數五個積木時，孩子指著第一個積木說「一」，然後指著下一個積木說「二」。在孩子數五塊積木的過程中，教師和孩子一起指著每個物件。
- 在為零食時間做準備時，教師問一個孩子：「請你數一數這個盤子裡有多少個亞洲梨？」孩子將同一顆梨數了兩次。教師鼓勵孩子再試一次，並和他們一起數。孩子正確地數到了 6 個。

後期

4 至 5 ½ 歲

用一對一的對應關係數出十個或十個以上的物件（每個數詞對應一個物件）。

後期範例

- 在數 12 塊積木時，孩子每數一塊積木會將它放到新的積木堆裡，以記錄已經數過的積木。當孩子把第 12 塊積木放到新的積木堆上時，教師會指出：「我看到你把已經數過的積木放在這裡了」。
- 在為零食時間做準備時，教師問一個孩子：「請你數一數這個盤子裡有多少個亞洲梨？我想確保我們有足夠的梨給所有的朋友吃。」孩子指著每個亞洲梨數了數，說：「我們有 12 個」。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 1.2 一對一的對應關係

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

孩子指著每一塊木質拼圖塊，用自己的家庭語言數著：「一、二、三、四、五」。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

一個有聽力障礙的孩子指著花園裡的一朵花，用語言和手語交流：「一朵」，然後指著另一朵花，打手語說：「兩朵」。孩子數到 12 朵不同的花。教師跟在後面重複這些手語，鼓勵孩子繼續數下去。

一個孩子數著盒子裡蠟筆的數量，但同一支蠟筆數了兩次，漏掉了一些其他蠟筆。教師把蠟筆從盒子裡拿出來，排成一排，然後讓孩子指著每支蠟筆再數一次。這次，孩子成功數出了 11 支蠟筆。

基礎 1.3 基數

早期

3 至 4 ½ 歲

用數數的方式回答「多少？」的問題。數完後可能會重複數字表中的最後一個數詞，但仍在發展對最後數出的物件的數字名稱代表該組物件的總數的理解。

後期

4 至 5 ½ 歲

在數數時，能夠始終理解最後數出的物件的數字名稱代表該組物件的總數。

在早期基礎中，兒童可能會在數完後重複數字表中的最後一個數詞來回答關於「多少」的問題（例如，在數完「一、二、三、四、五、六」後說「六」），可能仍在發展對最後數出的物件的數字名稱代表該組物件的總數量的理解中（例如，理解「六」代表該組有六個物件）。然而，在後期基礎中，孩子們會對這組物件的總數量有更深入的理解（例如，說出「六」，並理解它表示這組物件的總數）。

早期範例

- 在有五個腳印的活動中，教師問孩子：「你看到了幾個動物腳印？」孩子數著：「一、二、三、四、五」。
- 玩泰迪熊時，同伴問：「你有幾隻泰迪熊？」孩子用西班牙語數著：「一、二、三、四。」

後期範例

- 在有五個腳印的活動中，教師問孩子：「你看到了幾個動物腳印？」孩子數著腳印，然後告訴教師：「我看到了五個」。
- 一個孩子在玩泰迪熊時，同伴問：「你有幾隻泰迪熊？」孩子用西班牙語數著：「一、二、三……[繼續]……14、15」，然後對同伴說：「我有 15 隻。你有多少隻？」

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 1.3 基數

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

一個孩子照著遊戲屋的鏡子，指著自己頭髮上的辮子。教師問：「我看到你今天的頭髮上有辮子，Amari。你有幾條辮子？」孩子數著：「一、二、三」，然後豎起三根手指。

午餐時間，教師問：「你有幾塊芭蕉薯片？」孩子大聲數出薯片的數量：「一、二、三、四、五、六一六」。當同伴再問：「你有多少？」孩子又開始數自己盤子裡的薯片數量。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在戶外散步時，教師問：「每個人都有五塊石頭嗎？」一個孩子數了數自己的五塊石頭，然後告訴教師說：「我有五塊」。

在和教師一起閱讀 *Señorita Mariposa* 一書時，一名聾啞兒童用手語數著書頁上的蝴蝶數量，並用手語溝通表示「七隻蝴蝶」。

一名兒童數了五個荔枝*，並認識到餐桌旁的五名兒童每人都能分到一個荔枝。

*荔枝是一種生長在熱帶地區的紅色果殼、白色果肉的圓形小水果。

支持數數技能和理解基數

數數是數學中最基本的技能之一，涉及許多重要的概念和技能。首先，要成功地數數，兒童需要能夠背誦數字。他們還需要為每個物件只指定一個數詞（一對一的對應關係），並且每個物件只數一次。最後，他們需要理解，最後數出的物件的數字名稱代表該組物件的總數（基數）。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展遊戲活動外，教師還可以透過以下方式，在日常互動和日常例行活動中幫助兒童理解數數：

- 鼓勵兒童在日常例行活動中數數，無論是用英語還是用家庭語言與講其家庭語言的同伴、家人或社區成員一起數數。例如，教師可以鼓勵兒童在洗手時數到 10。
- 示範數一組物件，一邊數一邊指著其中的每個物件，重複物件的總數。例如，教師可以一邊說「一、二、三、四」，一邊指著一組四隻橡皮鴨中的每一隻，然後重複「水裡有四隻橡皮鴨」。
- 從計數量較小的集合開始。一旦孩子們對基數有了一定的瞭解，並能在計數量較小的集合時自如地應用一對一的對應關係後，再讓他們數數量較大的集合（如 12、20、30 及更大的集合），這將有助於他們理解十進制數字系統。
- 在日常例行活動、學習經歷以及與成年人和同伴的互動中，鼓勵孩子用數數來回答關於「多少」的問題和解決問題。例如，教師可以讓孩子數出盤子裡蘋果片的數量，或在搭建時找出哪座塔的積木更多。

子分支 - 識別數量

基礎 1.4 目測小數量能力

早期 3 至 4 ½ 歲

無需數數就能辨認出小數量集合物件（如一至四個物件）的數量。

早期範例

■ 一個孩子快速看了看一張圖片，圖片上有三隻貓，馬上就會用手語表示數量三。

● 一個孩子看著手中的兩支蠟筆，一邊伸出兩支蠟筆，一邊與同伴分享：「我有兩支」。

吃零食時，一個孩子轉向同伴，用他加祿語表達道：「Ying 有兩個草莓。」

一名視力較弱的兒童拋擲一對觸感骰子，觸摸每個骰子上的凸起，並說出：「一和三」。

後期 4 至 5 ½ 歲

無需數數就能辨認出一至五個物件集中的物件數量。

後期範例

■ 一個孩子快速看了看一張圖片，圖片上有五隻貓，馬上就會用手語表示數量五。

● 一個孩子看著手中的四支蠟筆，一邊伸出四支蠟筆，一邊與同伴分享：「我有四支」。

在故事時間，教師簡短地展示了有五隻瓢蟲的圖片，然後把圖片藏在背後，問全班同學：「你們看到了幾隻瓢蟲？」一個孩子回答：「五隻！」

午餐後打掃衛生時，一個孩子指著桌上的四根筷子，用普通話對同伴說：「四根筷子」。

一個孩子指著玩具車庫裡的五輛汽車，用手勢表示有五輛汽車。

子分支 - 識別數字符號

基礎 1.5 識別數字符號

早期 3 至 4 ½ 歲

識別並說出 10 以內的幾個書面數字符號。

早期範例

■ 在玩卡片遊戲時，一個孩子認出卡片上的數字三，並說「三」。然後孩子指著顯示數字符號七的卡片說「七」。

● 在外面散步時，一個孩子指著門牌號「827」中的數字符號八，用粵語說：「那是八」。

在閱讀數數書時，一名聾啞兒童會指著書頁上的數字符號，並用手語表達正確的數詞。當孩子數到九時，他們猶豫了一下，並用手語表示說：「我不知道」。教師做出回應，向他們展示九的手語。

孩子在玩磁力數字符號時說：「那是一」。然後，教師要求孩子找到二的磁鐵，但孩子卻指向了三的磁鐵。教師說：「那是三。記住，二的頂部和三一樣有一條曲線，但它的底部是一條直線。你能找到二嗎？」然後，孩子正確地找到了二的磁鐵。

後期 4 至 5 ½ 歲

識別並說出 10 以內的所有書面數字符號。

後期範例

■ 玩卡片遊戲時，孩子指著每個數字符號並說出它的名字：「五、七、二、一」。

● 在外面散步時，一個孩子指著門牌號「827」中的每個數字，用粵語說：「那是八、二、七。」

玩電腦配對遊戲時，一個孩子錯誤地將數字符號六與九隻蝸牛的圖片配對。教師鼓勵孩子再試一次，先數蝸牛。當孩子數到九後，教師問：「九是什麼樣子的？」當孩子指著數字符號六時，教師回答：「六和九看起來很像，但要記住九的圓圈在頂部。」然後孩子正確地選出了數字九。

在另一個孩子玩跳房子遊戲時，一個孩子指著地上畫的從一到十的跳房子數字符號並說出它們的名字。

子分支 - 數目之間的關係

基礎 1.6 比較數目

早期 3 至 4 ½ 歲

比較（透過數數或不數數）數量明顯相等或不同的兩組物件，並表達「相同」或「更多」。

早期範例

■ 一個孩子看著自己和同伴的石頭數量，用自己的家庭語言交流：「它們一樣多。」

● 在沙坑裡玩遊戲時，一個孩子看著同伴的玩沙玩具，用普通話說：「你的更多。」

在談到他們在零食時間各自吃的胡蘿蔔數量時，一個孩子看著同伴的盤子解釋說：「Jamal 和我吃的一樣多。」當教師問：「你怎麼知道你們的數量一樣多？」孩子把自己的胡蘿蔔排成一排，放在 Jamal 的胡蘿蔔旁邊，並解釋說：「看」。作為回應，教師數了數兩排胡蘿蔔，說：「我明白了，因為你有一、二、三、四根胡蘿蔔，Jamal 也有一、二、三、四根胡蘿蔔！」

後期 4 至 5 ½ 歲

透過數數和表達「多」、「一樣」、「少」或「更少」來比較兩組物件。

後期範例

■ 一個孩子數了數自己和同伴擁有的石頭數，並用自己的家庭語言交流：「八塊和八塊—你和我一樣多。」

● 在沙箱裡玩遊戲時，一個孩子數了自己的玩沙玩具，然後數同伴的玩沙玩具，並用普通話說：「你的更多。我有三個，你有五個」。

當教師問是否每個人都在外面撿了五片樹葉時，一個孩子看了看同伴，說：「他們撿得少」。教師接著問：「你怎麼知道 Arjun 的少呢？」孩子開始數自己的樹葉和 Arjun 的樹葉，然後說：「因為我有五片，而 Arjun 有三片」。

一個孩子把一組七個的貝殼和一組九個的貝殼並排放在一起進行比較。孩子指著有七個貝殼的那一排，說：「這排貝殼更少」。

分支：2.0 - 運算和代數思維

子分支 - 數的運算

基礎 2.1 加減法法則

早期

3 至 4 ½ 歲

理解在一組物件中添加或拿走一個或多個物件會增加或減少該組物件的數量。

早期範例

- 在室外用松果搭積木時，一個孩子從同伴手中搶過另一個松果，並說道：「現在我的更多！」
- 一個孩子從八隻毛絨玩具中取出一隻交給同伴。孩子說：「現在我的少了，而你的多了」。

在玩麵包房遊戲時，教師問一個孩子：「請給我兩個包子*」。孩子把兩個包子遞給教師。教師問：「你還有包子嗎？」孩子回答：「都沒了！我要多做幾個」。

*包子是華人社區美食，是一種蒸製的麵點，裡面有鹹味或者甜味餡料。

後期

4 至 5 ½ 歲

理解添加一個或拿走一個物件都會使一組物件的數目剛好改變一。

後期範例

- 在室外用松果搭積木時，一個孩子數著自己的松果，然後對同伴說：「我們有五個」。然後，孩子在自己的結構上再添加一個松果，並說：「現在我們有六個了」。
- 一個孩子從八隻毛絨玩具中取出一隻交給同伴。孩子說：「現在我有七個了」。然後，孩子數了數同伴的毛絨玩具，說：「現在你有四個了」。

一名使用溝通設備的自閉症兒童準確預測到，如果在一組四顆彈珠中再加一顆彈珠，就會有五顆彈珠。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.1 加減法法則

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

一個孩子送給同伴兩個玩偶，並用西班牙語說：「現在你的玩偶比我多了」。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在用絨球裝飾苗族傳統帽子慶祝苗族新年時，教師要求每個人在帽子前面加上五個絨球。一個孩子數了數帽子上已經有的絨球，然後又抓起一個絨球說：「我原來有四個，現在有五個了！」

支持加法和減法的理解

兒童在日常互動、例行活動以及與同伴和成年人玩耍的過程中會遇到加減法問題。例如，孩子們可能會把自己的玩具小汽車和同伴的小汽車合在一起，然後算出他們總共有多少輛小汽車，或者他們可能想知道自己吃了幾塊餅乾後還剩多少塊。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展遊戲活動外，教師還可以透過以下方式，在日常互動和例行活動中幫助兒童理解加減法：

- 在日常活動中向孩子介紹簡單的加減法問題。例如，教師可以在遊戲時間（「我們有三個男孩和四個女孩在公共汽車上。車上一共有多少個孩子？」）或用餐時間（「我有五塊餅乾。如果我給你兩塊餅乾，我還剩幾塊餅乾？」）向孩子提出有關數量變化的問題。
- 在向孩子們介紹簡單的加減法問題時，使用可操縱物件、玩具或視覺圖像。例如，在給孩子們讀故事時，教師可以指出左邊有兩隻鴨子，右邊有三隻鴨子，然後問他們一共看到幾隻鴨子。用實物或視覺圖像來展示問題，可以幫助幼兒直觀地理解添加、合併和拿走等數的**運算**。
- 示範「繼續數」加法策略。年齡較小的孩子可以使用「全數一遍」策略將兩組物件相加。例如，他們可以透過全數一遍（「一、二、三、四、五」）將三輛紅色汽車和兩輛藍色汽車相加。教師可透過示範來鼓勵幼兒使用更高級的「繼續數」策略，例如說：「你有三輛紅色汽車和兩輛藍色汽車 - 三[指著第三輛紅色汽車]、四、五[依次指著兩輛藍色汽車]」。
- 使用多種語言描述加減法問題。教師可先使用日常用語（如「總共」和「拿走」），然後引入正式的數學語言（如「加」、「減」和「相等」）和數學符號（+ 和 -）。這將幫助兒童把算術符號（+ 和 -）與他們解決加減法問題的**日常經驗**聯繫起來。

基礎 2.2 數字組合與分解

早期 3 至 4 ½ 歲

理解一組物件是由較小的部分組成的，而整組物件要大於其各個部分。

早期範例

- 在戲劇遊戲區假裝做飯時，一個孩子向同伴解釋說：「你有兩個青蘋果，而我只有一個紅蘋果。我們把所有蘋果放在一起做一個蘋果派吧」。
- 一個孩子指著六個木偶，用自己的家庭語言說：「熊木偶歸你。狼木偶歸我。」

在讀 *Baby Goes to Market* 這本書時，教師問：「媽媽的籃子裡怎麼了？」一個孩子回答：「滿了！」教師問：「哦！寶寶往籃子裡放了什麼東西，讓籃子滿滿的？」孩子回答：「香蕉和橘子」。

後期 4 至 5 ½ 歲

用多種方法將一組物件分解成兩小組（例如，將 5 分解成 3 和 2，或 1 和 4）。將兩個小組組合成一個更大的組（例如，將 3 和 2 組成 5）。

後期範例

- 在戲劇遊戲區假裝做飯時，一個孩子向同伴解釋說：「我們需要五個蘋果來做蘋果派，三個紅的，兩個綠的。實際上，我們用四個紅蘋果和一個綠蘋果」。
- 一個孩子指著六個木偶，用自己的家庭語言說：「三個熊木偶歸我，三個狼木偶歸你」。玩了一會兒後，孩子說：「現在我想要兩個熊木偶和一個狼木偶」。

在表演故事時，孩子從絨布板上拿走三隻（共四隻）鴨子，說「三隻鴨子離開了池塘，只有一隻鴨子留下來」。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.2 數字組合與分解

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

在零食時間，孩子指著自己的動物餅乾，用英語和西班牙語混合說：「*Tengo cuatro* 動物餅乾。兩頭大象 *y* 兩隻 *jirafas*。」（我有四塊動物餅乾。兩頭大象和兩隻長頸鹿。）

一名有殘疾的兒童將自己的磁力片與同伴的一堆磁力片堆放在一起，然後使用溝通設備向同伴表示現在同伴那堆磁力片更多。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

一個孩子舉起一隻手的三個手指和另一隻手的兩個手指來表示五。教師問：「你還能怎麼表示五？」經過思考，孩子舉起了一隻手的一個手指和另一隻手的四個手指。

提高數字組合和分解技能

數字組合是指瞭解兩個部分可以組合成一個整體（例如，1 和 3 組成 4），而數字分解是指瞭解一個整體可以分解成更小的部分（例如，5 可以分解成 3 和 2）。透過數字組合與分解，孩子們學會了如何用不同方式表示數字（例如， $5 = 4 + 1$ 和 $5 = 2 + 3$ ）。數字組合與分解加強了兒童對加減法的理解，並為理解位值奠定了基礎。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展遊戲活動外，教師還可以透過以下方法，在日常互動和例行活動中幫助兒童發展數字組合與分解技能：

- 提供各種材料和工具，幫助兒童解決組合與分解問題。其中可能包括實物、可操縱物件和用於將一組物件拆分的容器。例如，教師可為孩子們提供兩個籃子，要求他們把五隻計數熊分入兩個籃子。兒童嘗試一種方法後，教師就可以要求他們展示另一種拆分小熊的方法。
- 邀請孩子們透過各種活動練習組合與分解。例如，教師可以邀請孩子們用不同的玩具動物（如一隻公雞、兩隻貓和三隻青蛙）組成一個小組，小組中包含六個動物。
- 提出問題，鼓勵孩子們思考組合與分解以及數字的結構，例如，「在你製作的停車場裡有 12 輛玩具車，這一排有 10 輛，下一排有 2 輛。你還可以用什麼方法排列這些汽車？如何把這些汽車排成三行？每行有多少輛車？一共有多少輛車？」

基礎 2.3 解決加減法問題

早期 3 至 4 ½ 歲

結合日常生活情境，解決極少量物件的加減法問題。

早期範例

■ 午餐時，教師要求一名兒童從裝有四個薩莫薩 (Samosa)* 的盤子裡拿出一個給同伴。孩子數了數剩下的薩莫薩，然後解釋說：「現在只剩下三個了。」

● 在讀故事時，一個孩子看著圖片，數了一下有多少孩子坐小汽車上學，有多少孩子坐公共汽車去上學。教師問：「一共有多少個孩子？」孩子數道：「一、二、三、四、五！」

*薩莫薩 (或 *singara*) 是南亞美食中常見的有餡鹹味糕點。

後期 4 至 5 ½ 歲

結合日常生活情境，解決較多數量物件（總和不超過 10）的加減法問題。

後期範例

■ 午餐時，教師要求一名兒童從裝有八個薩莫薩的盤子裡拿出兩個給同伴。孩子數了數剩下的薩莫薩，然後描述道：「一共有八個薩莫薩。我給了你兩個，所以現在還有六個」。

● 在讀故事時，一個孩子看著圖片，數出有三個孩子坐小汽車上學，四個孩子坐公共汽車去上學。教師問：「一共有多少個孩子？」孩子回答：「公共汽車裡有四個，所以……五、六、七！」

假裝在服裝店購物時，一個孩子告訴同伴：「這件外套 6 塊錢，這條褲子 3 塊錢」。同伴拿出錢包，數出 6 塊錢。然後，同伴又加了 3 塊錢，並表示：「一、二、三、四、五、六、七、八、九」。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.3 解決加減法問題

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

一個孩子畫了一只獨木舟，裡面有三個人。當教師問：「獨木舟上有三個人，你覺得再多一個人可以坐得下嗎？」，孩子又畫了一個小人，並伸出四個手指表示獨木舟裡的總人數。教師回答說：「是的，現在獨木舟上有四個人了」。

孩子認識到一個球加上另外兩個球一共是三個球，並用自己的家庭語言和英語說「三」。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

與同伴在水桌旁玩耍時，一名失明兒童對同伴說：「我有五條船」。同伴問他是否可以擁有其中的兩條船。孩子回答說：「如果我給你兩條船，我就只剩下三條了」。

在教室花園採摘水果時，一個孩子把兩顆藍莓加到一組七顆藍莓中，當教師問他一共有多少顆藍莓時，他舉起了九個手指。

基礎 2.4 分享物件 (除法)

早期
3 至 4 ½ 歲

將少量物品 (如四個或六個) 平均分給兩個接受者。

早期範例

- 一個孩子把一排四個橡子從中間分開，給同伴兩個橡子，自己留下另外兩個橡子。
- 在做一個藝術項目時，孩子把一枚郵票交給教師，保留另一枚郵票，並說「一枚給你。一枚給我」。

教師要求孩子與同伴分享一些貼紙。孩子輪流把一張貼紙給同伴，一張貼紙給自己，直到所有貼紙分享完畢。

後期
4 至 5 ½ 歲

兩個或更多人平分數量稍多的物品 (例如，三個人分九個物品)。

後期範例

- 一個孩子把一排八個橡子從中間分開，一半給同伴，另一半留給自己。
- 在做一個藝術項目時，三個孩子分九枚郵票。他們輪流每人拿一枚郵票，直到一枚不剩。然後，每個孩子數一數自己的那疊郵票，看看數量是否相同。

一個孩子與同伴分享六張貼紙，自己留下四張，給同伴兩張。同伴用阿拉伯語說：「這不公平」。孩子再給同伴一張貼紙，然後用阿拉伯語回答說：「現在我們都有三張貼紙了」。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.4 分享物件 (除法)
早期
3 至 4½ 歲
後期
4 至 5½ 歲
後期範例 (續)

在嘗試將幾個小雕像分給同伴和自己時，一個孩子保留了三個小雕像，並給了同伴三個小雕像，然後用手語表示：「我有三個，你有三個」。教師用手語表示：「最後一個該怎麼辦？」孩子以手語回答，最後一個會留在籃子裡。

在朗讀完 *Cassie's Word Quilt* 一書後，一個孩子在劃分一排八塊拼布時說：「你分一半，我分一半，我們都一樣」。

子分支 - 分類和模式

基礎 2.5 排序和分類

早期

3 至 4 ½ 歲

注意物件屬性的相似性和差異性。將物件按一種屬性分成兩組或更多組，並進行分類。

早期範例

■ 一個孩子按大小給玩具恐龍分類，並說道：「我把所有大恐龍放在這裡，把所有小恐龍放在那裡」。

● 在玩玩具動物時，孩子為自己挑選一些長頸鹿，為同伴挑選一些大象，而其他動物則不分類。

在戲劇遊戲區的清理時間，教師要求孩子們按顏色將手鐲*分類。兩個孩子把所有的金色手鐲放在一個籃子裡，把所有的紅色手鐲放在另一個籃子裡。

*手鐲是東南亞和非洲婦女佩戴的手鏈。通常由金屬或玻璃製成。

後期

4 至 5 ½ 歲

按一個或多個屬性對物件進行排序和分類，將其準確、靈活地分成兩組或多組。按兩種屬性分類時，孩子可先按一種屬性分類，然後再按第二種屬性分類。

後期範例

■ 孩子會先按玩具恐龍的大小（大的和小的）進行分類，然後再按顏色（棕色、綠色和橙色）對每組大恐龍和小恐龍進行分類。

● 在瞭解了動物的不同運動方式後，孩子會把各種玩具動物分成三組：會飛的、會走的和會遊的。

一個孩子把積木按形狀擺放在籃子裡：一個籃子裡裝的是圓柱體，另一個籃子裡裝的是正方棱錐，第三個籃子裡裝的是立方體和長方體棱柱。教師指著第三個籃子說：「我想你這個籃子裡有兩種不同的形狀。你能把它們分類嗎？」然後，孩子將立方體和長方體棱柱分別放入不同的籃子中。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.5 排序和分類

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

手臂行動不便的孩子將蠟筆按顏色分類，並告訴教師每支蠟筆放在哪個顏色的籃子裡。教師指著一支紅色蠟筆問：「這支蠟筆放在哪裡？」孩子回答說：「放在紅色的那個籃子裡」。

在室外用石頭建房子時，孩子只選擇大塊的扁平石頭鋪在地基上，然後把小塊的石頭堆起來砌牆。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

準備做水果沙拉時，一個孩子用越南語說：「我要把橘子放在這個碗裡。葡萄放在這個碗裡，香蕉放在這個盤子裡」。

排序和分類是兒童表達和分析數據能力的重要前提（見基礎 3.4 和 3.5）。在與孩子一起學習與數據有關的技能時，要考慮讓兒童如何利用他們的排序和分類技能對數據分組。

基礎 2.6 識別、複製和擴展模式

早期

3 至 4 ½ 歲

注意並探索周圍環境中的模式，在成人的支持下，複製簡單的重複模式（如 ABAB）。

後期

4 至 5 ½ 歲

在成人的支持下，探索、擴展和複製各種重複模式（如 AABBAABB、ABCABC）。描述模式的重複部分（模式單元）。

早期範例

■ 在圍圈時間，教師先拍手，然後拍膝蓋，以拍手-拍膝-拍手-拍膝的模式進行示範。一個孩子通過拍手和拍膝蓋參與進來。

● 一個視力較弱的孩子摸著同伴用不同大小的珠子做的手鏈，並說道：「我也想做同樣的手鏈。大的、小的、大的、小的」。

在戶外遊戲時間，教師會喊出跳躍-拍手-跳躍-拍手等模式讓孩子們跟著做。孩子們按照指示做，偶爾也會出錯。

後期範例

■ 在圍圈時間，教師按照重-重-輕-輕的模式敲擊金貝鼓 (*djembe**) 鼓，並要求一個孩子嘗試相同的模式。對教師觀察幾次之後，孩子就會模仿同樣的模式。

● 一個視力較弱的孩子摸著同伴用不同大小的珠子按照「大、大、小、大、大、小」的模式串成的手鏈。教師問孩子是否想再加一組珠子來完成它。孩子摸了摸珠子，說：「我需要加兩個大的和一個小的！」

* 金貝鼓是西非的一種鼓。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.6 識別、複製和擴展模式
早期
3 至 4½ 歲
早期範例 (續)

串項鍊時，孩子自豪地向阿姨展示自己的模式，並溝通道：「看，白色、藍色、白色、藍色」。

後期
4 至 5½ 歲
後期範例 (續)

一個家庭語言為西班牙語的孩子在讀一本關於亡靈節 (*Día de los Muertos**) 的書時，指著一張剪紙彩旗 (*papel picado***) 橫幅的圖片說：「看，這些顏色重複出現，*rosa*-藍色-綠色-*rosa*-藍色-綠色。」(*Rosa* 在西班牙語中是粉紅色的意思。)

在讀一本關於月亮不同階段的圖畫書時，教師問一個孩子：「月亮發生了什麼變化？」孩子回答：「月亮越來越小，然後越來越大」。

*亡靈節 (*Día de los Muertos*) 是墨西哥和墨西哥裔社區紀念逝者的節日。

**剪紙彩旗是一種起源於墨西哥的民間藝術，在彩色薄紙上剪出複雜的圖案。

基礎 2.7 創建模式

早期

3 至 4 ½ 歲

在成年人的幫助下，創建一個簡單的重複模式（如 ABAB）。

早期範例

■ 孩子用不同顏色的鈕扣製作馬賽克。孩子從一顆藍色鈕扣開始，加上一顆黃色鈕扣，然後再加上一顆藍色鈕扣，形成藍色-黃色-藍色的模式。教師問下一個是不是黃色的。孩子把黃色鈕扣放在藍色鈕扣旁邊，然後回答：「藍色-黃色-藍色-黃色。」

● 一個孩子用拍手-拍手的節奏編排一首歌的舞蹈。然後，教師建議他們加入跺腳-跺腳的節奏。孩子在舞蹈中嘗試了拍手-拍手-跺腳-跺腳的模式。

在零食時間，教師問一個孩子能否用椒鹽脆餅條和乳酪片創建一個模式。教師先用一根椒鹽脆餅條作為這個模式的開端，然後讓孩子決定接下來用什麼。然後，孩子創建了椒鹽脆餅-椒鹽脆餅-乳酪-椒鹽脆餅-椒鹽脆餅-乳酪的模式。

後期

4 至 5 ½ 歲

創建各種重複模式（如 AABBAABB、ABCABC），或使用不同的物件重新形成現有模式。

後期範例

■ 孩子用不同顏色的鈕扣製作馬賽克。孩子從一個紫色的圓形開始，然後交替使用綠色、黑色和紫色鈕扣的同心圓。

● 一個孩子與同伴一起編了一個拍手遊戲，在「Miss Mary Mack」的旋律中，他們交替反復地拍手和跺腳。

教師給孩子看印有公共汽車-公共汽車-小汽車-公共汽車-公共汽車-小汽車模式的圖片卡，並要求孩子用彩色積木拼出同樣的模式。孩子隨後製作出綠色-綠色-藍色-綠色-綠色-藍色的模式。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 2.7 創建模式

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

在一個關於毛毛蟲的課堂專案中，一個孩子仔細觀察了一隻毛毛蟲，並注意到了它背上的顏色模式。然後，他在毛毛蟲的圖片上添加了綠色和黃色的條紋。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

一個孩子決定用亮片裝飾自己的狂歡節*面具，亮片的圖案是粉色-金色-藍色-粉色-金色-藍色。

一個孩子模仿年長的孩子畫的雲朵-太陽模式，創作了一幅畫。

*狂歡節是許多西班牙語或葡萄牙語國家在大齋期前舉行的節日。狂歡節以五顏六色的服飾、音樂、舞蹈和豐富的食物為特色。

發展模式技能

模式是有規律地重複排列的事物，如數字、物件、事件和形狀。孩子從小就會注意到周圍的模式。他們可以預測一個模式中下一個出現的是什麼，並注意到是否有人打破了模式。教師可以幫助兒童培養識別、描述、複製、擴展和創建模式的能力。這種思考方式對於兒童在小學階段的代數思維至關重要。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展遊戲活動外，教師還可以透過以下方法，在日常互動和例行活動中幫助兒童發展模式技能：

- 鼓勵兒童注意環境中的模式並描述這些模式。例如，教師可以組織尋找模式活動，讓兒童指出他們在教室裡或散步時注意到的任何模式。
- 玩遊戲，讓孩子們練習擴展或複製模式，例如，玩模式拍手遊戲，隨著歌曲跳舞，同時加入肢體動作模式，或在串項鍊時用珠子創建模式。
- 邀請孩子們自己創建模式，並幫助他們描述模式的重複部分（模式單元）是什麼，例如，「我看到你用這些積木建立了一個模式。接下來是什麼？」
- 以各種方式向兒童介紹各種類型的模式。在模式活動中，常向孩子們展示簡單的重複模式（如 ABAB、ABBAABBA、ABCABC）。為了拓寬兒童對模式的認識，教師可以向他們介紹增長的模式（例如，一排積木越來越長）、數字模式（例如，每隔兩個物件數數）或音樂模式（例如，升調旋律）。

分支：3.0 - 測量和數據

子分支 - 物件比較和排序

基礎 3.1 比較物件可衡量的屬性

早期 3 至 4 ½ 歲

通過注意物件的不同之處並就其比較進行交流，表現出可以透過長度、重量或容量對物件進行比較的意識。

後期 4 至 5 ½ 歲

比較兩個物件的長度、重量或容量（例如，把物件並排放在一起），並就其比較進行交流。

兒童在比較長度、重量或容量等屬性時所使用的語言因其家庭語言而異。在英語中，許多比較詞是透過在描述詞上添加後綴構成的。例如，「long」變成「longer」，「heavy」變成「heavier」。在西班牙語等其他語言中，比較詞是透過在比較詞前添加「more」或「less」來構成的。例如，más grande 翻譯為 bigger（更大），menos pesado 翻譯為不太重。兒童學習使用這種文法的語言後，在說英語時可能會使用「more heavier」這樣的片語。

早期範例

- 一個孩子看著同伴說：「你比我大。」
- 一個孩子將一個容器裝滿水，然後說「滿了」，然後指著一個快空的容器說「空了」。

後期範例

- 一個孩子站在同伴旁邊，嘗試確定自己是否比同伴高。孩子比較他們的身高，並對同伴說：「你比我高一點。」
- 一個孩子將一個容器裝滿水，然後把水倒進另一個容器裡，看看哪個容器裡的水更多。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 3.1 比較物件可衡量的屬性

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

一個孩子在哄玩偶睡覺時，把玩偶的頭髮蓋住來保護它。頭巾*掉了。孩子說：「太大了」，接著在過家家遊戲箱裡找一個小一點的頭巾，然後說：「這個更合適」。

一個孩子在另一個孩子旁邊搭了一座塔，並用他加祿語說道：「看，我的塔更高」。

教師在白板上畫了兩條線，問孩子：「你能看出哪條線更長嗎？」一名聾啞兒童用手語表示「長」，並指向白板上畫的一條長線。然後，孩子用手語表示「短」，並指向白板上較短的一條線。

*不同社區會出於不同目的使用頭巾，例如保護頭髮或出於宗教原因。根據社區和用途的不同，它們有不同的名稱，如圍巾、軟帽、杜拉格、穆斯林頭巾、頭巾蓋頭和喜瑪爾。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在教師的幫助下，一個孩子使用天平確定兩塊石頭中哪塊更重。當教師問：「哪塊石頭更重？」孩子指著天平向下的一邊。教師接著問：「你怎麼知道這塊更重？」孩子回答說：「因為它一直往下掉」。

在瞭解世界各地的絃樂器時，一個孩子指著一張二胡**的圖片說：「這把二胡的弦真長」。

一個孩子用適應性剪刀剪下一條和自己腳一樣長的紙條。然後，他們將紙條與自己手臂的長度進行比較，並用西班牙語與教師溝通：「我的手臂比我的腳長」。

**二胡是一種中國兩弦弓絃樂器。

數學領域中描述的許多概念和技能對兒童在其他領域，尤其是科學領域的學習和發展非常重要。兒童在進行科學探究和探索時，會運用排序、分類、模式設計、測量和收集資料等數學技能。

基礎 3.2 給物件排序

早期 3 至 4 ½ 歲

按長度或其他屬性（如高度、容量）給小數量的物件（如三個）排序。

早期範例

- 一個孩子在戲劇遊戲區按大小給三個碗排序：最大的碗給熊爸爸，中等的碗給熊媽媽，最小的碗給熊寶寶。
- 在水桌旁玩耍時，兩個孩子和一名教師正在往三個水瓶裡裝水珠。水瓶裝到一半時，教師說：「你們能把這些水瓶從最滿到最不滿排個順序嗎？」孩子們一起比較瓶子並排序。

後期 4 至 5 ½ 歲

按長度或其他屬性（如高度、容量）給數量稍多的物件排序（如四個或五個）。

後期範例

- 一個孩子在戲劇遊戲區按大小給五個碗排序：最大的碗給熊爸爸，第二大的碗給熊奶奶，中等大小的碗給熊媽媽，次小的碗給熊哥哥，最小的碗給熊寶寶。
- 在水桌旁玩耍時，兩個孩子和一名教師正在往五個水瓶裡裝水珠。在往水瓶中裝水的過程中，教師說：「你們能把這些水瓶從最滿到最不滿排個順序嗎？」一個孩子給瓶子排序，並解釋哪個瓶子裡的水珠最多、哪個最少。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 3.2 給物件排序

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

一名患有唐氏症候群的兒童向教師**做手勢**，並指著他們從大到小排序的三個南瓜。教師回答說：「你已經把它們從大到小排好了。」

一個孩子將三種動物模型（長頸鹿、馬和兔子）按大小排成一行。教師接著問：「哪一個最大？」孩子指著排在最前面的長頸鹿說：「大」。然後孩子指著排在最後面的兔子說：「小」。

當孩子們製作自己的排簫時 (panpipes*)，一個孩子先將三根不同長度的吸管從小到大排序，然後再用膠帶把它們黏在一起。

*排簫（或排笛）是一種由不同大小的細管製成的管樂器。這是南美洲安第斯南部地區（秘魯和玻利維亞）的一種樂器。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在假裝遊戲中，一個孩子將四個玩偶從小到大排列起來。

在沙坑裡，一個孩子把五個桶按大小排好，從裝沙子最多的桶到裝沙子最少的桶。教師注意到了，問孩子：「你為什麼要這樣排列桶？」孩子解釋說，他們是從小到大排列的。

一個孩子透過相互比較，把五個同伴從矮到高排序。他們對最高的同伴說：「你最高，所以你來這裡」。

基礎 3.3 測量長度

早期

3 至 4 ½ 歲

(無基礎適用)

後期

4 至 5 ½ 歲

使用首尾相連的具體物件測量長度，有時需要成人的支持。

注意：孩子們可能還不明白測量單元必須長度相等。

後期範例

孩子用首尾相連的迴紋針測量自己的手和教師的手的長度。然後他們交流說：「我的是四，你的是七」。

一個孩子將不同大小的積木首尾相連鋪在地毯上，測量地毯的長度。當教師解釋積木的大小必須相同時，孩子就會把一些積木換掉，使它們大小相同。

一個孩子用尺子量自己的腳，並告訴教師：「我的是六」。然後他們測量教師的腳，並解釋說：「你的是九。」

一個孩子透過數從一棵樹走到另一棵樹的步數來測量遊戲場地中兩棵雪松之間的距離。

(接下頁)

(續)

基礎 3.3 測量長度
早期
3 至 4½ 歲
後期
4 至 5½ 歲
後期範例 (續)

教師請一個孩子幫忙測量書架的長度，以便為圖書館訂購第二個書架。在教師的指導下，孩子把卷尺放在書架的一端，然後把卷尺拉過書架的長度。教師指著卷尺上的數字說：「這是一個 2 和一個 6，意味著它有 26 英寸長」。

支持排序和測量技能

幼兒在對兩個物件進行比較以確定哪個物件更長、更高或更重的過程中，發展了直觀的測量概念。他們還學會辨別尺寸上的細微差別，並能把幾個物件從小到大排序。比較和排序技能是兒童理解更精確測量概念（例如，使用首尾相連的常數單位來測量長度）的基礎。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展有趣的活動外，教師還可以透過以下方法，在日常互動和例行活動中幫助兒童發展排序和測量技能：

- 促進需要兒童透過比較、排序、估算或測量來解決問題的學習體驗。在這些活動中，教師可以邀請兒童推理並解釋他們的想法，例如，可以說：「我想知道這張紙的大小是否足以覆蓋整張桌子。我們該如何檢驗它的長度是否合適呢？」
- 示範並鼓勵兒童使用比較和測量詞彙，如短、長、最高、更重、輕、熱、更慢和最快。
- 邀請兒童進行測量估算，然後使用測量工具檢驗他們的答案。例如，在探索石頭時，教師可以問：「你認為哪塊石頭更重？」在孩子們做出估計後，教師可以引導孩子們使用天平等適當的工具檢驗他們的估計。
- 示範使用卷尺、直尺、碼錶和天平等標準化測量工具。教師可示範將工具放在原點的重要性，例如，在測量桌子的長度時，可示範如何從零點開始將尺子對齊。

子分支 - 數據

基礎 3.4 表示數據

早期 3 至 4 ½ 歲

在成人的支持下，用實物、記數符號或圖形符號表示兩組數據。

早期範例

■ 教師要求孩子們在他們喜歡的水果（芒果或柳丁）的圖片下添上一塊積木。一個孩子說：「我喜歡芒果」。教師回答說：「那你應該把積木放在哪裡呢？」然後，孩子就在芒果圖片下添上了一塊積木。

● 在製作橡皮泥的活動中，要求孩子們投票選擇他們想要的顏色來製作橡皮泥。每個孩子都要在白板上的粉色或橙色圓圈下畫一條線。一個孩子拿著一支可調節握力的記號筆，在粉色圓圈下畫一條線。

後期 4 至 5 ½ 歲

用實物、記數符號或圖形符號表示兩組或多組的數據。理解每個物件、記數符號或圖片代表一個數據點。

後期範例

■ 教師要求孩子們在他們最喜歡的水果（芒果、榴槿（durian）*或柳丁）的圖片下添上一塊積木。一個孩子將自己的積木疊放在榴槿圖片旁邊的塔頂上。然後，同伴在芒果圖片旁邊的塔上添上一塊積木。孩子們指著每塊積木，用自己的家庭語言交流：「這是我的，那是你的」。

● 在製作橡皮泥的活動中，要求孩子們投票選擇他們想要的顏色來製作橡皮泥。每個孩子都要在白板上的粉色、橙色或藍色圓圈下劃一個「X」。一個孩子走到圖表前，在藍色圓圈下畫一個「X」，並表示：「這是我的投票」。

*榴槿是東南亞文化中常見的一種水果。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 3.4 表示數據

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

為了瞭解教室裡有多少孩子穿了條紋衣服，教師讓穿了條紋衣服的孩子去戲劇遊戲區，讓沒穿條紋衣服的孩子去水桌區。一個身體有殘疾的孩子對教師說：「我的襯衫上有條紋」。教師問：「那你應該去哪個區域？」孩子指著說「那邊」，然後坐著輪椅去了戲劇遊戲區。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在室外遊戲時，每個孩子都有一張畫有樹葉、橡子和松果的紙。當孩子在滑梯下找到一片樹葉時，他們就會在樹葉圖片下面貼上一張貼紙。然後，他們在長凳旁邊找到橡子，並在橡子圖片下貼上一張貼紙。

基礎 3.5 解讀數據

早期

3 至 4 ½ 歲

在成年人的支持下，注意兩組數據的差異，並描述哪一組的數據更多或更少。

早期範例

- 當所有孩子都在自己最喜歡的水果圖片下添上了一塊積木後，教師問一個孩子哪邊的積木多。孩子指著有芒果圖片的一邊說：「這一邊的積木多」。教師接著問：「喜歡哪種水果的孩子最多？」孩子回答：「芒果」。
- 在所有孩子都投票選出粉色或橙色橡皮泥後，教師用孩子的家庭語言問他：「哪種顏色的票數多？」孩子指了白板上有粉色圓圈的那一邊。教師接著問：「哪種顏色的票數少？」孩子指著橙色的圓圈。

後期

4 至 5 ½ 歲

在成年人的支持下，描述並比較兩組或多組數據點的數量。確定哪一組的數據點更多或更少。

後期範例

- 孩子們在自己最喜歡的水果下疊放相同大小的積木，投票選出自己最喜歡的水果（芒果、榴槤或柳丁）。教師詢問全班最喜歡的水果是什麼。將三座積木塔靠近，比較它們的高度，並指著每座積木塔解釋說：「這座最高，這座中等，這座最小」。教師回問道：「那麼最喜歡哪種水果呢？」孩子回答說：「芒果」。
- 在教室裡的所有孩子投票選出了粉色、橙色或藍色的橡皮泥後，教師問一個孩子哪種顏色的票數多。孩子開始數粉色、橙色和藍色圓圈下的 X 個數。孩子數出粉色得了 8 票，橙色得了 2 票，藍色得了 4 票，並表示粉色得票更多。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 3.5 解讀數據
早期
3 至 4½ 歲
早期範例 (續)

教師要求孩子們根據是否穿條紋衣服聚集在教室的兩個不同區域。穿條紋衣服的孩子聚集在戲劇遊戲區，沒穿條紋衣服的孩子聚集在水桌區。一個孩子看著兩組孩子，說戲劇遊戲區的同伴更多。教師回答說：「你說得對。今天我們的大多數朋友都穿了條紋衣服」。

後期
4 至 5½ 歲
後期範例 (續)

花幾分鐘時間收集他們在操場上能找到的物品類型（如樹葉、橡子和松果）的數據後，一個孩子數出了每個類別下的圖形符號（貼紙）數量。孩子數出了四片樹葉、兩個橡子和一個松果。孩子告訴教師，他們看到的大部分是樹葉。

分支：4.0 - 幾何與空間思維

子分支 - 形狀

基礎 4.1 識別二維形狀

早期

3 至 4 ½ 歲

識別熟悉的二維形狀，如圓形、正方形、三角形和長方形。

注意：可能無法識別非典型的形狀（例如，將正方形翻轉，使頂點向下 - 菱形）。

後期

4 至 5 ½ 歲

識別、描述和建構不同的形狀，包括圓形、正方形、三角形、長方形和其他形狀的變體。使用非正式語言描述形狀的定義屬性（如邊、角、圓）。

早期範例

■ 一個孩子把不同大小形狀的可操縱物件按不同形狀分組。他們會指著等邊三角形組說「這是三角形」，而忽略非典型三角形（等腰三角形或直角三角形）。

● 一個孩子用橡皮泥拼出一個長方形，然後說：「看！一個正方形。」教師回答說：「哇！你注意到這個形狀有四條邊，像正方形，但它實際上是一個長方形。它有兩條長邊和兩條短邊。看到了嗎？」然後，教師用手指沿著長方形的邊劃動，強調它們的長度。

後期範例

■ 一個孩子把不同大小和方向的可操縱物件按形狀分類，然後說：「這是三角形，因為它有三條邊」。教師回答：「如果我們把它轉成這樣呢？」孩子回答說：「你想騙我！它還是三角形！」

● 一個孩子用橡皮泥拼出不同大小的長方形和正方形。孩子對教師說：「看！我做了一個正方形！所有的邊都是一樣的」，同時指著每條邊。

在玩「我看到的形狀」遊戲時，一個孩子用西班牙語說：「我看到了一個圓形 - 時鐘」。後來，孩子又說：「我看到一個長方形 - 桌子」。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 4.1 識別二維形狀

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

在午餐時間，一個孩子指著一個印度煎餅 (roti) *，用家庭語言說：「這是一個圓形」。

在玩形狀賓果遊戲時，一個孩子指出了正確的圖形。

一個孩子向長輩展示自己製作的捕夢網，並說：「外面是一個圓形，但中間我做了一個三角形」。

*印度煎餅 (或印度薄餅) 是一種未發酵的圓形扁麵包，在東南亞很常見。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

一個有語言障礙的孩子透過勾勒正方形和三角形積木的邊緣畫出一枚火箭。教師注意到了這幅畫，並說：「我看到你畫了一枚火箭。」孩子點頭說：「是的」，並指了指火箭頂部的三角形。「我看到你在頂部加了一個三角形，使火箭變得尖尖的」。然後，孩子將手臂舉過頭頂，用身體擺出三角形的形狀，假裝自己是火箭。

在玩猜形狀遊戲時，一個孩子向同伴描述一個形狀，解釋說它有四條相同的邊。一個同伴猜道：「正方形」。

基礎 4.2 識別三維形狀

早期

3 至 4 ½ 歲

偶爾用非正式名稱識別一些熟悉的三維形狀（例如，當提到球體時說「球」）。

後期

4 至 5 ½ 歲

識別一些熟悉的三維形狀，如球體、立方體和圓柱體。

注：有時仍使用非正式名稱（如球、方盒子、管）。

早期範例

■ 在閱讀一本介紹世界各地食物的書時，教師讓一個孩子指出圓柱形的食物。孩子指出了日本壽司卷。

● 教師邀請一小組兒童按形狀對積木進行分類。一個孩子抓起一個棱錐體，用自己的家庭語言說：「這個看起來像屋頂」。教師問：「你還記得我們怎麼稱呼這種形狀嗎？」孩子搖搖頭，於是教師回答：「這叫棱錐體。」

教師請一個孩子把形狀各異的積木分成幾組。然後，孩子指著一組立方體說：「我把正方形盒子放在這裡」。

後期範例

■ 在看一本關於農曆新年的書時，一個孩子指著一幅有不同形狀燈籠的圖畫說：「這個像球，這個是圓柱體」。

● 教師邀請一小組兒童按形狀對積木進行分類。一個孩子在分類時，用自己的家庭語言向教師解釋說，所有的棱錐底部都是正方形，側面都是三角形。

在玩猜形狀遊戲時，一個孩子把手放進袋子裡，不看裡面的物體開始描述一個圖形，解釋說它的兩邊各有一個平的圓形。同伴猜測這是一根管子。孩子把它從袋子裡拿出來，教師說：「你是對的。這就是圓柱體」。

在戶外遊戲時，一名兒童觀察到泥土中的一個團子蟲（pill bug），並用粵語告訴同伴：「看，它變成像球一樣圓了」。

基礎 4.3 比較二維形狀

早期

3 至 4 ½ 歲

比較不同大小和方向的二維形狀，判斷它們形狀是否相同。

後期

4 至 5 ½ 歲

比較不同大小和方向的二維形狀，判斷它們形狀是否相同。識別兩個不同形狀的屬性（邊數或頂點數）的相似和不同之處。

早期範例

- 在玩配對遊戲時，一名聾啞兒童用美國手語表達兩個形狀都是正方形。
- 在玩找形狀遊戲時，教師給每個孩子一個形狀，要求他們在教室裡找到這個形狀。一個孩子拿著一個圓形剪紙走到時鐘前，用阿拉伯語對同伴說：「圓形！」

在積木區遊戲時，教師指著兩個長方形問：「這兩個形狀一樣嗎？」一個孩子把兩塊長方形積木翻轉過來，讓最長的一邊在底部，對齊後說：「一樣！」

在玩形狀跳房子遊戲時，孩子只在三角形上跳，從房間的一邊跳到另一邊。

後期範例

- 在玩配對遊戲時，一名聾啞兒童指著第一個形狀的三個頂點用手語表示：「這是三角形，因為它的頂端是尖的 - 看到了嗎？」然後指著第二個圖形示意：「這個有四條邊，所以是長方形」。
- 在玩找形狀遊戲時，孩子會把教室裡大大小小的三角形都拉到一邊，然後用阿拉伯語向同伴解釋：「這些都是三角形，因為它們都有三條邊」。

一個孩子把各種圓形和長方形的圖片分成兩組。當教師問他們為什麼要這樣分類時，孩子用自己的家庭語言解釋說，圓的放在一起，尖的放在一起。

基礎 4.4 組合形狀

早期

3 至 4 ½ 歲

使用二維或三維形狀表示圖片或設計中的不同元素（例如，在角落中加上一個圓形來表示太陽）。

後期

4 至 5 ½ 歲

把不同的二維或三維形狀組合起來，創作一幅圖畫或設計（例如，用兩塊長方形棱柱積木和一塊三角形棱柱積木拼成一座房子）。

早期範例

■ 在用形狀貼紙製作拼貼畫時，一個孩子在中間添加了一個大三角形來代表山，並在天空中添加了幾顆星星貼紙來表示現在是晚上。教師要求孩子解釋圖片中的內容和他們使用的形狀。

● 一個孩子用不同形狀的絨布片為他們和奶奶一起製作的拼布被子設計圖案。他們用小圓形做太陽，用較大的圓形來做雲朵。

一個孩子將形狀按照正方形-三角形-正方形-三角形的模式拼在一起進行設計。

後期範例

■ 用形狀貼紙製作拼貼畫時，一個孩子在紙的中間貼上一個大的長方形貼紙，作為前牆。然後他們在大長方形上貼一個小長方形和兩個圓形，作為門窗。最後，在頂部加上一個三角形，做成屋頂。教師要求孩子解釋圖片中的內容和他們使用的形狀。

● 一個孩子用不同形狀的絨布片為他們和奶奶一起製作的拼布被子設計圖案。他們用圓形和小長方形拼出了太陽和太陽光線，還把五個三角形拼成了星星。

一個孩子用電腦程式將不同的形狀拼成一條魚。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 4.4 組合形狀

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

在用積木搭建農場時，一名兒童將一塊長方形積木放在中央，然後用阿拉伯語向同伴描述：「這是農舍」。然後，同伴把小方形積木放在長方形周圍，並回應：「這些是奶牛」。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在排燈節 (Diwali)* 慶祝活動中，一個孩子在教師的幫助下製作藍果麗 (Rangoli)**。他們先在中間畫一個圓，然後在圓的周圍以對稱的方式添加三角形、正方形和線條。

*排燈節是印度宗教（包括印度教、耆那教、錫克教和紐瓦佛教）慶祝的燈節。

**藍果麗是印度的一種藝術形式，用各種彩色粉末製作出各種圖案。在排燈節等印度教節日期間，人們通常會製作藍果麗。

加深對二維和三維形狀的理解

兒童很小就能感知各種形狀之間的差異。在學前階段，孩子們學會利用形狀的關鍵屬性（如角或邊的數量）來識別形狀。他們還學會將形狀組合成新的形狀、模式和設計。除了使用循證數學課程，並按照特定的範圍和順序開展遊戲活動外，教師還可以透過以下方式，在日常互動和例行活動中幫助孩子理解二維和三維形狀：

- 提供開放式材料，讓幼兒探索、分類和建構各種二維和三維形狀。這些材料可包括積木、七巧板以及容器和紙箱等日常用品。
- 在日常互動中提及形狀並鼓勵使用二維和三維形狀的名稱。
- 邀請孩子們注意周圍環境中不同的形狀，例如，開展形狀尋寶遊戲，尋找圓形的例子。
- 提出問題，鼓勵兒童比較形狀並討論其屬性，例如，「你怎麼知道這個形狀是三角形？」「這兩個形狀有什麼不同？」「它們有什麼相同之處？」
- 展示每個形狀類別的各種範例，包括不太典型的形狀版本（例如，不等邊三角形、頂點向下的正方形）。要讓孩子們瞭解一個形狀的定義屬性，他們需要接觸該形狀的多個不同版本。這將幫助他們理解為什麼一個形狀是正方形，而另一個是長方形，儘管這兩個形狀具有相似的屬性。
- 邀請孩子們以各種方式創建形狀，並將形狀組成新的形狀、模式或設計。例如，教師可以問：「我們怎樣用這些三角形拼出一個正方形？」「你能用這些形狀做一朵花嗎？」

子分支 - 空間思維

基礎 4.5 空間中的位置和方向

早期

3 至 4 ½ 歲

識別物件和人在空間中的一些位置，例如：在裡面(in)/在上(on)、在下(under)/在上(over)、向上(up)/向下(down)、裡面(inside)/外面(outside)。

後期

4 至 5 ½ 歲

識別物件和人在空間中的位置，包括在裡面(in)/在上(on)、在下(under)/在上(over)、向上(up)/向下(down)、裡面(inside)/外面(outside)、近(near)/遠(far)、旁邊(next to)、旁邊(beside)/之間(between)、前面(in front of)/後面(behind)。

不同的語言用不同的詞來描述空間中的位置和地點。例如，西班牙語用「en」來描述在英語中用「in」或「on」來描述的位置，韓語用「kkita」等動詞來描述緊密契合的情況，還有其他幾個動詞來描述松散的契合，而所有這些詞在英語中都被稱為「in」。孩子所學的语言會影響他們思考和描述位置和地點的方式。例如，在用英語交流時，母語是西班牙語的孩子可能會說「in the table」而不是「on the table」。

早期範例

■ 在尋寶遊戲中，教師讓孩子環顧教室，找出坐在長凳上的人。孩子找到了坐在長凳上的泰迪熊，並把它帶回給教師。

● 一個孩子問：「我的書呢？」同伴指著桌子說：「在桌子上」。

當教師問「請你把杯子撿起來好嗎？，它在桌子下面」，一個孩子會鑽到桌子底下。

後期範例

■ 在尋寶遊戲中，教師要求孩子環顧教室，找出誰坐在書架和桌子之間。孩子找到了坐在書架和桌子之間的泰迪熊，並把它帶回給教師。

● 一個孩子問：「我的書呢？」另一個孩子說：「在那邊，積木旁邊」。孩子找到了書。

在編織原住民籃子時，孩子按照教師的指導，用手拿柳條上下穿插編織。

(接下頁)

■● 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 4.5 空間中的位置和方向

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

在遊戲室中玩耍時，一個孩子用普通話對同伴說：「把餃子*放在鍋裡」。

當教師說「如果你抬起頭，就會看到你的外套」時，一個孩子會抬起頭。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

當教師要求一個孩子站在另一個孩子身後時，他會聽從指示。

在障礙賽中，一名兒童按照指示從桌下鑽過、爬過隧道、跳過地毯。

*餃子是一種用麵團包著甜餡或鹹餡的中國餃子。



歷史-社會科學： - 上述基礎與關於溝通位置和方向的歷史-社會科學基礎 5.2，以及關於理解和使用大小和位置詞的基礎語言發展基礎 1.3 有關。涉及描述位置和方向有關的相關基礎已被有意圖地包

含在所有三個領域。在數學領域，包含這一基礎是為了強調兒童對空間概念的理解以及他們就空間位置、地點和方向進行溝通的能力。

基礎 4.6 心智旋轉

早期

3 至 4 ½ 歲

依靠反覆實驗來確定物件在空間中的移動方式以及與不同位置的適配程度（例如，透過旋轉、翻轉或以不同方向平移來嘗試將物件放入孔中，直到適合為止）。

後期

4 至 5 ½ 歲

透過旋轉、翻轉或平移物件來解決問題，而不太依賴物理反覆實驗法（例如，先旋轉物件，再把它放入孔中）。

早期範例

- 在拼裝木製拼圖時，孩子會平移每一塊拼圖，直到拼好為止。
- 孩子用磁力片搭建城堡，但卻很難將兩塊磁力片連接起來。教師拿起一塊單獨的磁力片說：「有時我被卡住了，我會試著轉動磁力片，直到拼好為止」，並示範轉動自己的磁力片。然後，孩子轉動自己的磁力片，直到與另一塊磁力片對齊並連接起來。

當嘗試把凳子從房間的一邊移到另一邊時，孩子會嘗試讓凳子穿過桌子和書櫃之間的縫隙。當孩子發現空間不夠大，無法放置凳子時，他們會把凳子推到桌子的另一側，因為那裡空間更大。

後期範例

- 與同伴一起拼圖時，孩子拿起一塊拼圖，向同伴說：「這塊拼圖放在這裡」。然後，孩子會先轉動拼圖，再把它放到正確的位置。
- 一個孩子用磁力片搭建城堡。孩子旋轉一個三角形磁力片，使其尖端朝下，然後把這個三角形放在另外兩個尖朝上的三角形磁力片之間。孩子繼續按照三角形尖端上下交替的模式添加磁力片，旋轉每塊磁力片以符合這個模式。

一個患有腦癱的孩子在電腦上玩拼圖遊戲。他們使用方向鍵轉動形狀，然後將其拼好。當出現一個新的形狀時，教師會問：「你需要怎麼做才能把它拼好？」孩子翻轉一次，將其移動到正確的位置。

(接下頁)

- 匹配圖示表示各年齡段範例的一致性

(續)

基礎 4.6 心智旋轉

早期
3 至 4½ 歲

早期範例 (續)

垂下紗麗 (sari)*時，孩子會翻轉布料，讓有裝飾的一面朝向正面。教師說：「這是一件漂亮的紗麗。需要幫忙嗎？下一步該怎麼做？」孩子回答說：「我想讓它繞一圈」。在教師的幫助下，他們把紗麗裹在自己身上。

後期
4 至 5½ 歲

後期範例 (續)

在戲劇遊戲區玩超市遊戲時，一個孩子嘗試把一個裝牛奶的玩具紙盒放進雜貨籃子裡，但由於籃子太滿，玩具紙盒掉了出來。然後，孩子從籃子裡取出所有物品，先把牛奶盒放進去，再把其他物品擠到剩下的空間裡。

*紗麗是南亞的一種服裝。

術語表

屬性。物件或人的特性或特徵。對於學前班的孩子來說，大小、顏色和形狀等屬性是顯而易見的，在分組和分類時會用到。

十進制。用於給數字分配位值的數字系統。十進制系統使用數字 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 來代表系統中的所有其他數字（例如，數字 32 表示三個十和兩個一）。

基數。這個概念是指數到的最後一個物件數字名稱代表了組中物件的總數（所數的物件的數量）。

分類。根據既定標準對物件進行排序、分組或分類。

心智旋轉。想像旋轉或從不同角度觀察物件的形態的能力。

數字符號。用來表示數字的符號。

一對一的對應關係。對於正在計數的一系列物件中的每個物件，僅使用一個數詞。

運算。使用加法、減法、乘法或除法計算數值的過程。

模式。根據特定規則重複出現的物件、圖片或數字序列。

位值。數字中某一個數位的值。（例如，在數字 427 中，2 位於十位，因此它的位值為 10）。

目測小數量能力。在不實際數數的情況下，快速準確地確定一組少量物件（最多五個物件）數量的能力。

三維形狀。具有長、寬、高三個維度的立體圖形。

二維形狀。具有長和寬兩個維度的平面圖形。

參考文獻和資料來源

- Ashkenazi, S., H. Haber, V. Shemesh, and S. Silverman. 2022. “Early Subitizing Development: The Role of Visuospatial Working Memory.” *European Journal of Education and Pedagogy* 3 (2): 79–85.
- Atinuke. 2017. *Baby Goes to Market*. Somerville, MA: Candlewick Press.
- Baroody, A. J., and M. Lai. 2022. “The Development and Assessment of Counting-Based Cardinal Number Concepts.” *Educational Studies in Mathematics* 111 (2): 185–205.
- Baroody, A. J., M. Lai, and K. S. Mix. 2017. “Assessing Early Cardinal-Number Concepts.” In *Proceedings of the 39th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, edited by E. Galindo and J. Newton. Indianapolis, IN: Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Barth, H., K. La Mont, J. Lipton, and E. S. Spelke. 2005. “Abstract Number and Arithmetic in Preschool Children.” In *Proceedings of the National Academy of Sciences* 102 (39): 14116–14121.
- Benoit, L., H. Lehalle, and F. Jouen. 2004. “Do Young Children Acquire Number Words Through Subitizing or Counting?” *Cognitive Development* 19 (3): 291–307.
- Blair, C., and R. P. Razza. 2007. “Relating Effortful Control, Executive Function, and False Belief Understanding to Emerging Math and Literacy Ability in Kindergarten.” *Child Development* 78 (2): 647–663.
- Blevins-Knabe, B. 2016. “Early Mathematical Development: How the Home Environment Matters.” In *Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment*, edited by B. Blevins-Knabe and A. M. Berghout Austin. Switzerland: Springer International Publishing.
- California Department of Education. 2023. *Mathematics Framework for California Public Schools: Kindergarten Through Grade Twelve*. Sacramento, CA: California Department of Education.
- Cankaya, O., J. LeFevre. 2016. “The Home Numeracy Environment: What Do Cross-Cultural Comparisons Tell Us About How to Scaffold Young Children’s Mathematical Skills?” In *Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment*, edited by B. Blevins-Knabe and A. M. Berghout Austin. Switzerland: Springer International Publishing.
- Cankaya, O., J. LeFevre, and K. Dunbar. 2014. “The Role of Number Naming Systems and Numeracy Experiences in Children’s Rote Counting: Evidence from Turkish and Canadian Children.” *Learning and Individual Differences* 32:238–245.

- Chernyak, N., P. L. Harris, and S. Cordes. 2022. “A Counting Intervention Promotes Fair Sharing in Preschoolers.” *Child Development* 93 (5): 1365–1379.
- Chernyak, N., B. Sandham, P. L. Harris, and S. Cordes. 2016. “Numerical Cognition Explains Age-Related Changes in Third-Party Fairness.” *Developmental Psychology* 52 (10): 1555.
- Cheung, P., M. Rubenson, and D. Barner. 2017. “To Infinity and Beyond: Children Generalize the Successor Function to All Possible Numbers Years After Learning to Count.” *Cognitive Psychology* 92:22–36.
- Claessens, A., and M. Engel. 2013. “How Important Is Where You Start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success.” *Teachers College Record* 115 (6): 1–29.
- Clark, C. A. C., V. E. Pritchard, and L. J. Woodward. 2010. “Preschool Executive Functioning Abilities Predict Early Mathematics Achievement.” *Developmental Psychology* 46 (5): 1176–1191.
- Clements, D. H. 1999. “Subitizing: What Is It? Why Teach It?” *Teaching Children Mathematics* 5 (7): 400–405.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2000. “Young Children’s Ideas About Geometric Shapes.” *Teaching Children Mathematics* 6 (8): 482–488.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2015. “Discussion from a Mathematics Education Perspective.” *Mathematical Thinking and Learning* 17 (2–3): 244–252.
- Clements, D. H., and J. Sarama. 2021. *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. 3rd ed. New York, NY: Routledge.
- Clements, D. H., S. Swaminathan, M. A. Z. Hannibal, and J. Sarama. 1999. “Young Children’s Concepts of Shape.” *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (2): 192–212.
- Dillon, M. R., V. Izard, and E. S. Spelke. 2020. “Infants’ Sensitivity to Shape Changes in 2D Visual Forms.” *Infancy* 25 (5): 618–639.
- Duncan, G. J., C. J. Dowsett, A. Claessens, K. Magnuson, A. C. Huston, P. Klebanov, L. S. Pagani, L. Feinstein, M. Engel, J. Brooks-Gunn, H. Sexton, K. Duckworth, and C. Japel. 2007. “School Readiness and Later Achievement.” *Developmental Psychology* 43 (6): 1428.
- Fox, J. 2005. “Child-Initiated Mathematical Patterning in the Pre-Compulsory Years.” In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 2:313–320.

- Frick, A., M. A. Hansen, and N. S. Newcombe. 2013. “Development of Mental Rotation in 3- to 5-Year-Old Children.” *Cognitive Development* 28 (4): 386–399.
- Frick, A., and N. S. Newcombe. 2012. “Getting the Big Picture: Development of Spatial Scaling Abilities.” *Cognitive Development* 27 (3): 270–282.
- Gal, H., and L. Linchevski. 2010. “To See or Not to See: Analyzing Difficulties in Geometry from the Perspective of Visual Perception.” *Educational Studies in Mathematics* 74 (2): 163–183.
- Galindo, C., S. Sonnenschein, and A. Montoya-Ávila. 2019. “Latina Mothers’ Engagement in Children’s Math Learning in the Early School Years: Conceptions of Math and Socialization Practices.” *Early Childhood Research Quarterly* 47:271–283.
- García, O., and L. Wei. 2014. *Translanguaging: Language, Bilingualism and Education*. New York, NY: Palgrave Macmillan.
- Ginsburg, H. P. 2006. “Mathematical Play and Playful Mathematics: A Guide for Early Education. In *Play = Learning: How Play Motivates and Enhances Children’s Cognitive and Social-Emotional Growth*, edited by D. G. Singer, R. M. Golinkoff, and K. Hirsh-Pasek. New York, NY: Oxford University Press.
- Gundersheimer, Ben. 2019. *Señorita Mariposa*. New York, NY: Nancy Paulsen Books.
- Gunderson, E. A., and S. C. Levine. 2011. “Some Types of Parent Number Talk Count More Than Others: Relations Between Parents’ Input and Children’s Cardinal-Number Knowledge.” *Developmental Science* 14 (5): 1021–1032.
- Hawes, Z., D. Tepylo, and J. Moss. 2015. “Developing Spatial Thinking.” In *Spatial Reasoning in the Early Years: Principles, Assertions, and Speculations*, edited by B. Davis and the Spatial Reasoning Study Group. New York, NY: Routledge.
- Huttenlocher, J., M. Vasilyeva, N. Newcombe, and S. Duffy. 2008. “Developing Symbolic Capacity One Step at a Time.” *Cognition* 106 (1): 1–12.
- Johnson, N. C., A. C. Turrou, B. G. McMillan, M. C. Raygoza, and M. L. Franke. 2019. “‘Can You Help Me Count These Pennies?’ : Surfacing Preschoolers’ Understandings of Counting.” *Mathematical Thinking and Learning* 21 (4): 237–264.
- Jordan, N. C., D. Kaplan, C. Ramineni, and M. N. Locuniak. 2009. “Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes.” *Developmental Psychology* 45 (3): 850.
- Knudsen, B., M. Fischer, A. Henning, and G. Aschersleben. 2015. “The Development of Arabic Digit Knowledge in 4- to 7-Year-Old Children.” *Journal of Numerical Cognition* 1 (1): 21–37.

- Langhorst, P., A. Ehlert, and A. Fritz. 2012. “Non-numerical and Numerical Understanding of the Part–Whole Concept of Children Aged 4 to 8 in Word Problems.” *Journal für Mathematik-Didaktik* 33 (2): 233–262.
- Lehrl, S., K. Kluczniok, and H. G. Rossbach. 2016. “Longer-Term Associations of Preschool Education: The Predictive Role of Preschool Quality for the Development of Mathematical Skills Through Elementary School.” *Early Childhood Research Quarterly* 36:475–488.
- Levine, S. C., L. W. Suriyakham, M. L. Rowe, J. Huttenlocher, and E. A. Gunderson. 2010. “What Counts in the Development of Young Children’s Number Knowledge?” *Developmental Psychology* 46 (5): 1309.
- MacDonald, B. L., and J. L. Wilkins. 2019. “Subitising Activity Relative to Units Construction: A Case Study.” *Research in Mathematics Education* 21 (1): 77–95.
- Mark, W., and A. Dowker. 2015. “Linguistic Influence on Mathematical Development Is Specific Rather Than Pervasive: Revisiting the Chinese Number Advantage in Chinese and English Children.” *Frontiers in Psychology* 6:203.
- Melhuish, E. C., M. B. Phan, K. Sylva, P. Sammons, I. Siraj - Blatchford, and B. Taggart. 2008. “Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School.” *Journal of Social Issues* 64 (1): 95–114.
- Melhuish, E. C., K. Sylva, P. Sammons, I. Siraj-Blatchford, B. Taggart, M. B. Phan, and A. Malin. 2008. “Preschool Influences on Mathematics Achievement.” *Science* 321 (5893): 1161–1162.
- Muldoon, K. P., C. Lewis, and B. Francis. 2007. “Using Cardinality to Compare Quantities: The Role of Social–Cognitive Conflict in Early Numeracy.” *Developmental Science* 10 (5): 694–711.
- Navajo People. 2023. Navajo Rugs. <https://navajopeople.org/navajo-rugs.htm>.
- Nguyen, T., T. W. Watts, G. J. Duncan, D. H. Clements, J. S. Sarama, C. Wolfe, and M. E. Spitler. 2016. “Which Preschool Mathematics Competencies Are Most Predictive of Fifth Grade Achievement?” *Early Childhood Research Quarterly* 36:550–560.
- Öcal, T., and M. Halmatov. 2021. “3D Geometric Thinking Skills of Preschool Children.” *International Journal of Curriculum and Instruction* 13 (2): 1508–1526.
- Pagliaro, C. M., and K. L. Kritzer. 2013. “The Math Gap: A Description of the Mathematics Performance of Preschool-Aged Deaf/Hard-of-Hearing Children.” *The Journal of Deaf Studies and Deaf Education* 18 (2): 139–160.

- Paik, J. H., L. van Gelderen, M. Gonzales, P. F. de Jong, and M. Hayes. 2011. “Cultural Differences in Early Math Skills Among U.S., Taiwanese, Dutch, and Peruvian Preschoolers.” *International Journal of Early Years Education* 19 (2): 133–143.
- Pixner, S., V. Dresen, and K. Moeller. 2018. “Differential Development of Children’s Understanding of the Cardinality of Small Numbers and Zero.” *Frontiers in Psychology* 9:1636.
- Pruden, S. M., S. C. Levine, and J. Huttenlocher. 2011. “Children’s Spatial Thinking: Does Talk About the Spatial World Matter?” *Developmental Science* 14 (6): 1417–30.
- Purpura, D. J., S. A. Schmitt, and C. M. Ganley. 2017. “Foundations of Mathematics and Literacy: The Role of Executive Functioning Components.” *Journal of Experimental Child Psychology* 153:15–34.
- Ringgold, F. 2004. *Cassie’s Word Quilt*. New York, NY: Alfred A. Knopf.
- Rittle-Johnson, B., E. R. Fyfe, L. E. McLean, and K. L. McEldoon. 2013. “Emerging Understanding of Patterning in 4-Year-Olds.” *Journal of Cognition and Development* 14 (3): 376–396.
- Santos, S., and S. Cordes. 2022. “Math Abilities in Deaf and Hard of Hearing Children: The Role of Language in Developing Number Concepts.” *Psychological Review* 129 (1): 199–211.
- Sarnecka, B. W., and S. Carey. 2008. “How Counting Represents Number: What Children Must Learn and When They Learn It.” *Cognition* 108 (3): 662–674.
- Sarnecka, B. W., J. Negen, and M. C. Goldman. 2018. “Early Number Knowledge in Dual-Language Learners from Low-SES Households.” In *Language and Culture in Mathematical Cognition*, edited by D. B. Berch, D. C. Geary, and K. M. Koepke. San Diego, CA: Elsevier Academic Press.
- Sarnecka, B. W., and C. E. Wright. 2013. “The Idea of an Exact Number: Children’s Understanding of Cardinality and Equinumerosity.” *Cognitive Science* 37 (8): 1493–1506.
- Shusterman, A., and P. Li. 2016. “Frames of Reference in Spatial Language Acquisition.” *Cognitive Psychology* 88:115–161.
- Sinclair, N., and J. Moss. 2012. “The More It Changes, the More It Becomes the Same: The Development of the Routine of Shape Identification in Dynamic Geometry Environment.” *International Journal of Educational Research* 51–52:28–44.

- Smidts, D. P., R. Jacobs, and V. Anderson. 2004. “The Object Classification Task for Children (OCTC): A Measure of Concept Generation and Mental Flexibility in Early Childhood.” *Developmental Neuropsychology* 26 (1): 385–401.
- Starkey, G. S., and B. D. McCandliss. 2014. “The Emergence of ‘Groupitizing’ in Children’s Numerical Cognition.” *Journal of Experimental Child Psychology* 126:120–137.
- Stephan, M., and D. H. Clements. 2003. “Linear and Area Measurement in Prekindergarten to Grade 2.” In *Learning and Teaching Measurement*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Szilágyi, J., D. H. Clements, and J. Sarama. 2013. “Young Children’s Understandings of Length Measurement: Evaluating a Learning Trajectory.” *Journal for Research in Mathematics Education* 44 (3): 581–620.
- Thronsdon, J., B. MacDonald, and J. Hunt. 2017. “Developing a Kindergartener’s Concept of Cardinality.” *Australian Primary Mathematics Classroom* 22 (2): 21–25.
- Tsamir, P., D. Tirosh, E. S. Levenson, R. Barkai, and M. Tabach. 2017. “Repeating Patterns in Kindergarten: Findings from Children’s Enactments of Two Activities.” *Educational Studies in Mathematics* 96 (1): 83–99.
- Verdine, B. N., R. M. Golinkoff, K. Hirsh-Pasek, and N. Newcombe. 2017. *Links Between Spatial and Mathematical Skills Across the Preschool Years*. Hoboken, NJ: Wiley.
- Verdine, B. N., K. R. Lucca, R. M. Golinkoff, K. Hirsh-Pasek, and N. S. Newcombe. 2016. “The Shape of Things: The Origin of Young Children’s Knowledge of the Names and Properties of Geometric Forms.” *Journal of Cognition and Development* 17 (1): 142–161.
- Wagner, K., K. Kimura, P. Cheung, and D. Barner. 2015. “Why Is Number Word Learning Hard? Evidence from Bilingual Learners.” *Cognitive Psychology* 83:1–21.
- Wijns, N., J. Torbeyns, M. Bakker, B. De Smedt, and L. Verschaffel. 2019. “Four-Year Olds’ Understanding of Repeating and Growing Patterns and Its Association with Early Numerical Ability.” *Early Childhood Research Quarterly* 49:152–163.
- Wynn, K. 1992. “Children’s Acquisition of the Number Words and the Counting System.” *Cognitive Psychology* 24 (2): 220–251.
- Xu, F., and E. S. Spelke. 2000. “Large Number Discrimination in 6-Month-Old Infants.” *Cognition* 74 (1): B1–B11.

Yun, C., A. Havard, D. C. Farran, M. W. Lipsey, C. Bilbrey, and K. G. Hofer. 2011. “Subitizing and Mathematics Performance in Early Childhood.” In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society* 33.

Zhang, X., C. Chen, T. Yang, and X. Xu. 2020. “Spatial Skills Associated with Block-Building Complexity in Preschoolers.” *Frontiers in Psychology* 11:563493.

Zosh, J. M., E. J. Hopkins, H. Jensen, C. Liu, D. Neale, K. Hirsh-Pasek, S. L. Solis, and D. Whitebread. 2017. *Learning Through Play: A Review of the Evidence*. Billund, Denmark: LEGO Foundation.